

2.3. Анализ алгоритмов сжатия на линейность

Для анализа цифрового кодека - дискретной системы, воспользуемся методическим аппаратом теории линейных систем.

Двумерная дискретная система называется линейной, если для нее справедлив принцип суперпозиции. В частном случае отображения дискретной двумерной функции в функцию для этого требуется, чтобы

$$(2.1) S\{a_1 f_1(i, j) + a_2 f_2(i, j)\} = a_1 S\{f_1(i, j)\} + a_2 S\{f_2(i, j)\}, \text{ где}$$

a_1 и a_2 - некоторые постоянные (могут быть комплексными),
 $S\{*\}$ - линейный оператор.

Используя свойства дельта-функции Дирака (δ) (в дискретном варианте она представляет собой единичный импульс), функцию на входе системы $f(i, j)$ можно представить как взвешенную сумму дельта-функций :

$$(2.2) f(i, j) = \sum_{\xi=-\infty}^{\infty} \sum_{\eta=-\infty}^{\infty} f(\xi, \eta) \delta(i - \xi, j - \eta), \text{ где}$$

$f(\xi, \eta)$ - весовой множитель дельта-импульса, имеющего координаты;
 (ξ, η) - на плоскости (i, j) .

Если функция на выходе линейной системы

$$(2.3) g(i, j) = S\{f(\xi, \eta)\},$$

то

$$(2.4) g(i, j) = S\left\{\sum_{\xi=-\infty}^{\infty} \sum_{\eta=-\infty}^{\infty} f(\xi, \eta) \delta(i - \xi, j - \eta)\right\},$$

или

$$(2.5) g(i, j) = \sum_{\xi=-\infty}^{\infty} \sum_{\eta=-\infty}^{\infty} f(\xi, \eta) S\{\delta(i - \xi, j - \eta)\}.$$

Запишем второй множитель подинтегрального выражения (2.5) как

$$(2.6) H(i, j; \xi, \eta) = S\{\delta(i - \xi, j - \eta)\}.$$

Функция H называется импульсным откликом (ИО) дискретной двумерной системы. Она является аналогом функции рассеяния точки (ФРТ) для

непрерывных оптических систем. Подстановка импульсного отклика в соотношение (2.5) дает выражение (сумму) суперпозиции

$$(2.7) \quad g(i, j) = \sum_{\xi=-\infty}^{\infty} \sum_{\eta=-\infty}^{\infty} f(\xi, \eta) H(i, j; \xi, \eta).$$

Линейная двумерная система называется пространственно-инвариантной (изопланатической), если ее импульсный отклик зависит только от разностей координат $(i-\xi, j-\eta)$. Таким образом для пространственно-инвариантной системы

$$(2.8) \quad H(i, j; \xi, \eta) = H(i-\xi, j-\eta)$$

и выражение (2.7) имеет особую форму, называемую дискретной сверткой:

$$(2.9) \quad g(i, j) = \sum_{\xi=-\infty}^{\infty} \sum_{\eta=-\infty}^{\infty} f(\xi, \eta) H(i-\xi, j-\eta).$$

Операция свертки символически записывается как

$$(2.10) \quad g(i, j) = f(i, j) \otimes H(i, j).$$

Сумма свертки симметрична, т.е.

$$(2.11) \quad g(i, j) = \sum_{\xi=-\infty}^{\infty} \sum_{\eta=-\infty}^{\infty} f(i-\xi, j-\eta) H(\xi, \eta).$$

Таким образом, функция $g(i, j)$ на выходе линейной дискретной системы может быть найдена сканированием входной функции скользящим окном - обращенным импульсным откликом, и суммированием по области, в которой эти функции перекрываются. Итак, основным вопросом, требующим исследования в этом пункте, является исследование импульсного отклика алгоритмов сжатия видеоданных и проверка справедливости принципа суперпозиции (2.1) принципа изопланарности (2.8).

2.3.1. Методика синтеза тест-изображений

Исследование свойств линейности алгоритмов преобразования ВД в кодеке проводилось на основе измерения реакции алгоритмов на входное воздействие - единичный импульс. Поскольку входные и выходные данные представляют собой функцию двух переменных, в качестве тест-сигналов для исследования импульсных откликов этих алгоритмов использовались синтезированные искусственно, полутоновые (greyscale, 256 градаций серого) изображения, представляющие собой циклически сдвинутые по строкам и по столбцам импульсы различной амплитуды на равномерном фоне также различной амплитуды.

Выбор периода цикличности импульсов, а также амплитуд импульсов и фона производился на основе априорных сведений о схемах работы алгоритмов, а также исходных гипотез о нелинейности и неизопланарности алгоритмов. В случае подтверждения одной из гипотез соответствующая альтернативная гипотеза отвергается. Таким образом, поскольку исследуемые алгоритмы JPEG и WIC предполагают сегментацию изображения на блоки $w \times w$, то для проверки гипотезы о неизопланарности необходимо генерировать импульсы, позволяющие проверить реакцию кодека в каждой из точек блока. Так, например, для алгоритма JPEG с сегментацией на блоки размером 8×8 ($w=8$) пикселей (внутри каждого блока алгоритм группового преобразования одинаков), возможны 64 варианта импульсных отклика ($V_{\text{ИО}}$). Радиус возможного появления элементов импульсного отклика (ИО) (размерность квадратной матрицы $\text{ИО}[N^{\text{ИО}} \times N^{\text{ИО}}]$) определяется размерностью окна преобразования:

$$(2.12.) \quad N^{\text{ИО}} = 2w - 1.$$

Для того, чтобы получить все возможные импульсные отклики в результате кодирования-декодирования одного изображения, целесообразно сгенерировать

тест-изображение, содержащее 64 импульса в виде квадратной сетки 8×8 импульсов с шагом по строкам и столбцам 15 или 17 ($2w \pm 1$) пикселей.

Определение размера сегмента w для алгоритма WIC более трудоемко. Размер сегмента пирамидального вейвлет-преобразования определяется на основе двух параметров - окна ядра преобразования l_b и количества уровней пирамиды преобразования i по рекуррентной формуле:

$$(2.13) \quad w_i = w_{i-1} + (l_b - 1)2^{i-1},$$

$$w_1 = l_b$$

В таблице 2.3.1. приведены соответствующие значения w для различных базисов (ядер) пирамидального ВП и количество возможных вариантов ИО.

Таблица 2.3.1.

| i | Haar | | Doubachies-4 | | Doubachies-6 | |
|---|------|-----------------|--------------|-----------------|--------------|-----------------|
| | w | V _{ио} | w | V _{ио} | w | V _{ио} |
| 1 | 2 | 4 | 4 | 16 | 6 | 36 |
| 2 | 4 | 16 | 10 | 100 | 16 | 256 |
| 3 | 8 | 64 | 22 | 484 | 36 | 1296 |

Для проверки гипотезы о нелинейности целесообразно генерировать импульсы различных амплитуд. Поскольку практически все схемы декодеров предполагают пороговую отсечку кодов яркости, не вписывающихся в интервал $[0, 255]$, возникающих вследствие погрешностей квантования трансформант прямого группового преобразования, для адекватного измерения реакции на единичный импульс необходимо генерировать тест на ненулевом фоне.

Таким образом выбирались импульсы с кодом яркости соответственно 10, 50, 150, 200 и 250 на равномерном фоне с кодом яркости 15, 20 и 30.

Для алгоритма FIF блоки сегментации значительно крупнее и он менее чувствителен к пространственному размещению тест-импульсов (ТИ). Поэтому для исследования его свойств использовались тесты, сгенерированные для алгоритма WIC.

В ходе исследований тест изображения подвергались сжатию с тремя группами (для каждой из программ) фиксированных параметров, определяющих алгоритм сжатия. При анализе восстановленных изображений вычиталась яркость фона (Y_{Φ}) и импульсные отклики (ИО) нормировались по отношению к амплитуде исходного тест-импульса. Под амплитудой ($A_{ТИ}$) тест-импульса в дальнейшем подразумевается разность между значениями кодов яркости импульса ($Y_{И}$) и фона (т.е. дифференциальная яркость $A_{ТИ}=Y_{И}-Y_{\Phi}$, $Y_{И}$ в дальнейшем будет именоваться абсолютной яркостью тест-импульса). Методику исследования рассмотрим на примере кодека на основе алгоритма JPEG.

2.3.2. Анализ алгоритмов сжатия на линейность

Вначале была исследована реакция кодека на тестовый импульс фиксированной амплитуды ($A_{ТИ}=\text{const}$) и яркости фона ($Y_{\Phi}=\text{const}$) при различных значениях параметра качества p (множество возможных значений параметров алгоритма конечно и счетно (100) и пронумеровано в порядке снижения потерь сжатия - $p \in \{1...100\}$). Для чистоты анализа во всех эксперимента пункта исследовался ИО алгоритма для точек блока преобразования с одинаковыми координатами внутри блока ($K(x,y)=\text{const}$). На рис.2.3.1.а÷в показаны некоторые варианты импульсного отклика алгоритма JPEG с параметрами сжатия 30, 50 и 70 соответственно ($ИО_{JPEG-30,50,70}\{A_{ТИ}=135; Y_{\Phi}=15; K(4,4)\}$), на рис.2.3.1.г÷е - $ИО_{JPEG-30,50,70}\{A_{ТИ}=135; Y_{\Phi}=15; K(1,1)\}$. Анализ полученных результатов позволяет сделать достаточно прозрачный вывод, что ИО алгоритма существенно зависит от параметров сжатия алгоритма и имеет тенденцию к уменьшению эффективной

площади рассеяния при стремлении значений параметров алгоритма в сторону уменьшения потерь сжатия.

Затем была исследована реакция кодека при фиксированных параметрах сжатия на тестовый импульс различной амплитуды при фиксированной яркости фона (рис.2.3.2.а÷в - ИО_{JPEG-50}{ $A_{ТИ}=95,135,195$; $Y_{Ф}=15$; $K(4,4)$ }, рис.2.3.2.г÷е - ИО_{JPEG-50}{ $A_{ТИ}=95,135,195$; $Y_{Ф}=15$; $K(1,1)$ }), а также на тестовый импульс одной амплитуды при различной яркости фона (рис.2.3.3.а÷в - ИО_{JPEG-50}{ $A_{ТИ}=135$; $Y_{Ф}=15,35,75$; $K(4,4)$ }, рис.2.3.3.г÷е - ИО_{JPEG-50}{ $A_{ТИ}=135$; $Y_{Ф}=15,35,75$; $K(1,1)$ }).

Полученные результаты позволяют сделать вывод, что ИО алгоритма практически не зависит от абсолютной яркости ТИ ($Y_{ТИ}$) и яркости фона, но существенно зависит от дифференциальной яркости ТИ ($A_{ТИ}$). Таким образом, алгоритм JPEG явно нелинеен по отношению к пространственным дифференциальным характеристикам входного сигнала.

Этот вывод также имеет достаточно простую математическую интерпретацию. Поскольку все рассмотренные алгоритмы являются адаптивными в пределах блока группового преобразования, принцип адаптации которых основан на энергетических критериях важности сигнала, вполне понятно, что импульсы с меньшей энергетикой передаются со значительно меньшей точностью, вплоть до полной фильтрации.

2.3.3. Анализ алгоритмов сжатия на изопланарность

В ходе исследования анализировалась реакция кодека на тестовый импульс с фиксированной амплитудой ($A_{ТИ}=\text{const}$) и яркостью фона ($Y_{Ф}=\text{const}$) при неизменном значении параметра качества p алгоритма для точек блока преобразования с различными координатами внутри блока ($K(x,y)=\text{var}$). На

рис.2.3.4.(а÷е) показаны шесть (из 64) вариантов импульсного отклика алгоритма JPEG-50 ИО_{JPEG-50}{ $A_{ТИ}=135$; $Я_{Ф}=15$; $K(1;1)$, $K(3;3)$, $K(4;4)$, $K(1;4)$, $K(2;6)$, $K(3;7)$ }.

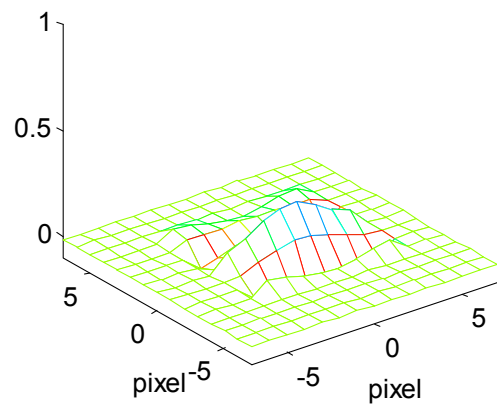
Анализ полученных результатов позволяет сделать вывод, что ИО алгоритма существенно неоднозначен и зависит от координат (в пределах блока группового преобразования) точки в которую попадает ТИ, т.о. преобразование входных данных кодеком не обладает свойством изопланарности.

Вывод имеет достаточно простую математическую интерпретацию. Поскольку все алгоритмы используют различного вида сегментацию изображения на блоки группового преобразования, внутри каждого блока преобразования реакция на тест-импульс неоднозначна вследствие различной точности (погрешности) кодирования трансформант преобразования. Количество различных вариантов ИО равно количеству элементов в окне преобразования. Так, для алгоритма JPEG с окном 8×8 , возможны 64 варианта ИО. Однако, реакция не зависит от пространственного положения самого блока ввиду идентичности преобразования для всех блоков.

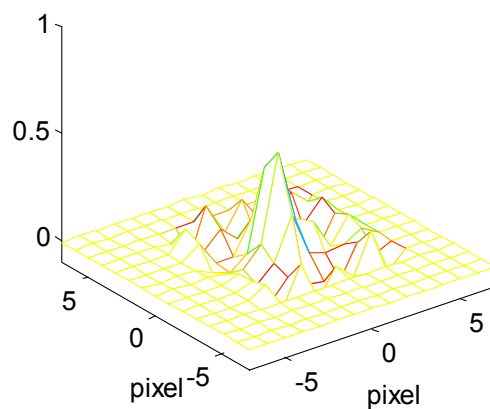
Таким образом, рассматриваемые алгоритмы сжатия видеоданных не удовлетворяют свойствам (2.1) и (2.8), и не являются линейными пространственно-инвариантными преобразованиями.

Исследование, проведенное по описанной выше методике, позволило сделать заключение, что выводы, полученные для алгоритма JPEG справедливы также и для алгоритма WIC.

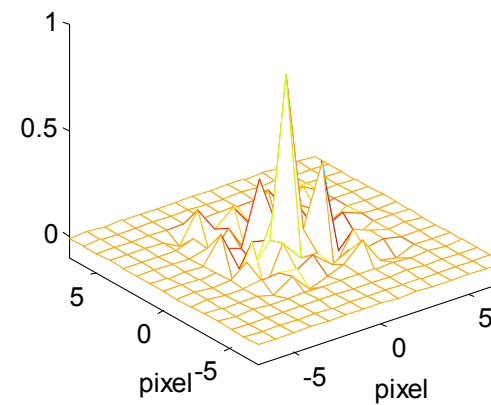
а)
ИО JPEG-30, Яф-15, Ати-135, К(4,4)



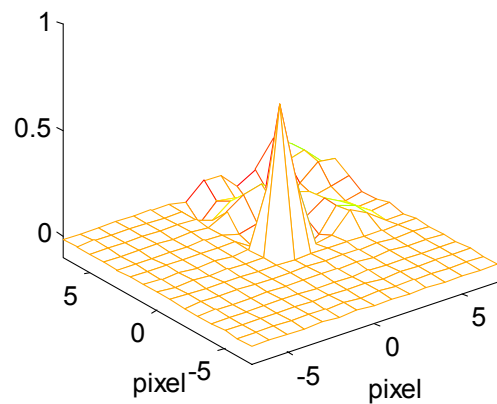
б)
ИО JPEG-50, Яф-15, Ати-135, К(4,4)



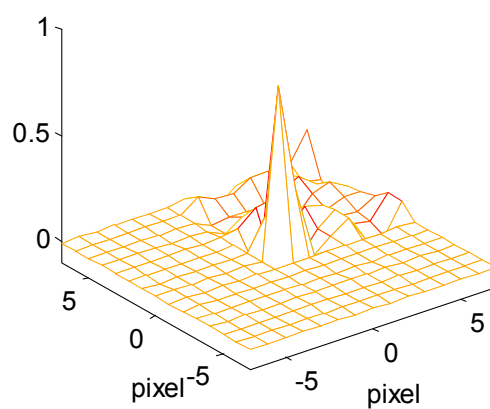
в)
ИО JPEG-70, Яф-15, Ати-135, К(4,4)



г)
ИО JPEG-30, Яф-15, Ати-135, К(1,1)



д)
ИО JPEG-50, Яф-15, Ати-135, К(1,1)



е)
ИО JPEG-70, Яф-15, Ати-135, К(1,1)

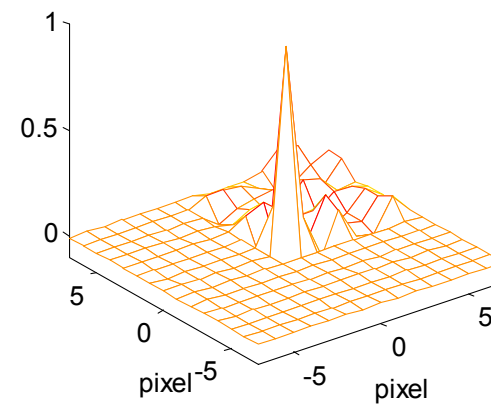
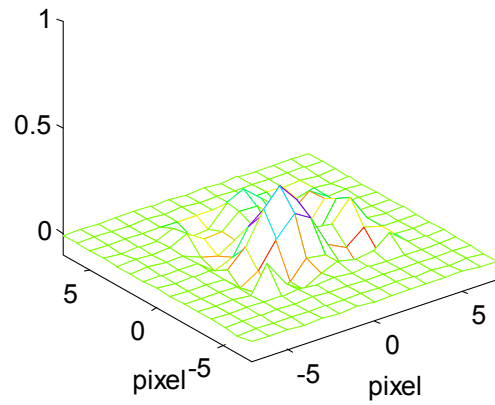


Рис. 2.3.1.

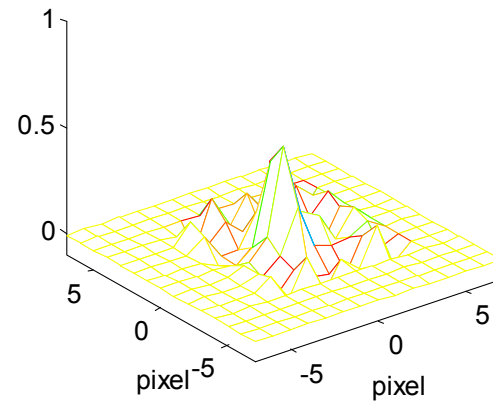
а)

ИО JPEG-50, Яф-15, Ати-95, К(4,4)



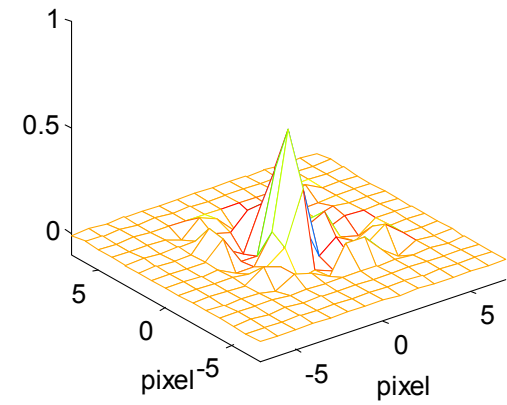
б)

ИО JPEG-50, Яф-15, Ати-135, К(4,4)



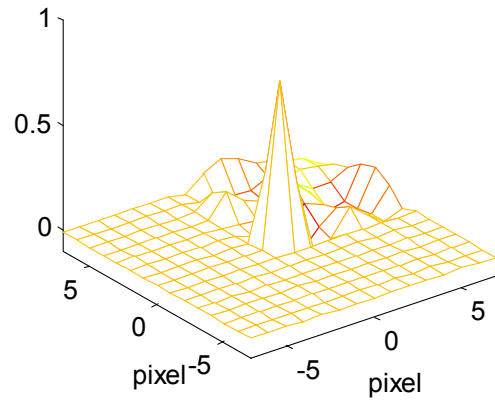
в)

ИО JPEG-50, Яф-15, Ати-195, К(4,4)



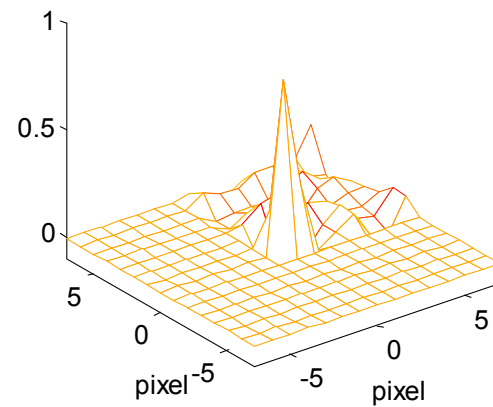
г)

ИО JPEG-50, Яф-15, Ати-95, К(1,1)



д)

ИО JPEG-50, Яф-15, Ати-135, К(1,1)



е)

ИО JPEG-50, Яф-15, Ати-195, К(1,1)

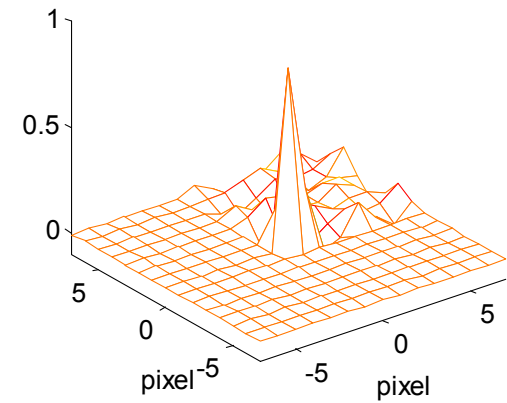
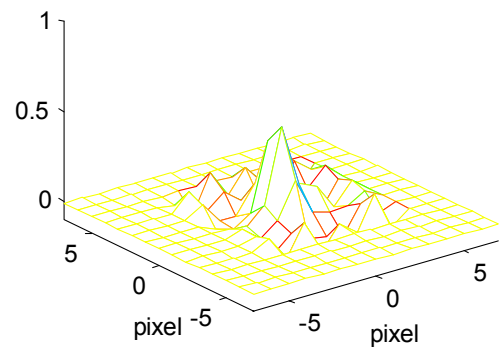


Рис. 2.3.2.

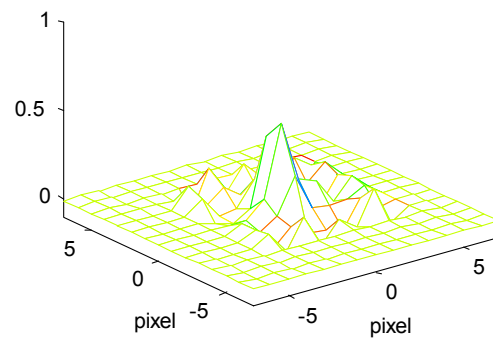
а)

ИО JPEG-50, Яф-15, Ати-135, К(4,4)



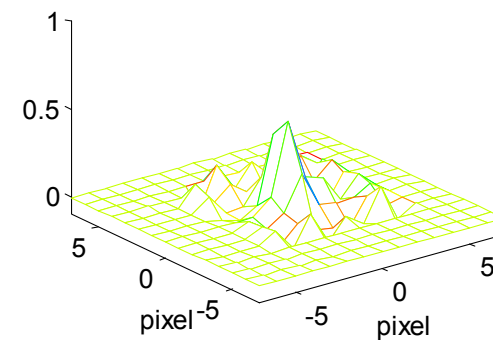
б)

ИО JPEG-50, Яф-35, Ати-135, К(4,4)



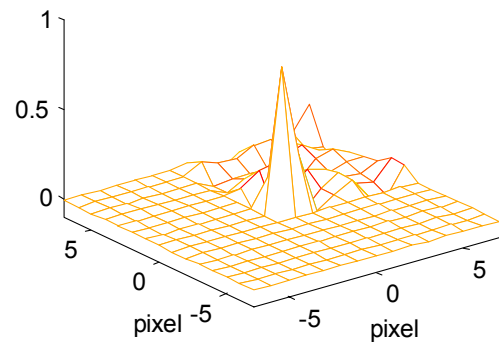
в)

ИО JPEG-50, Яф-75, Ати-135, К(4,4)



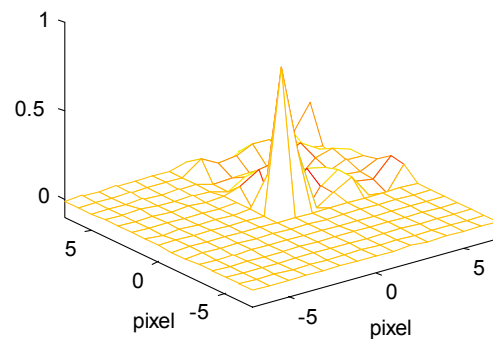
г)

ИО JPEG-50, Яф-15, Ати-135, К(1,1)



д)

ИО JPEG-50, Яф-35, Ати-135, К(1,1)



е)

ИО JPEG-50, Яф-75, Ати-135, К(1,1)

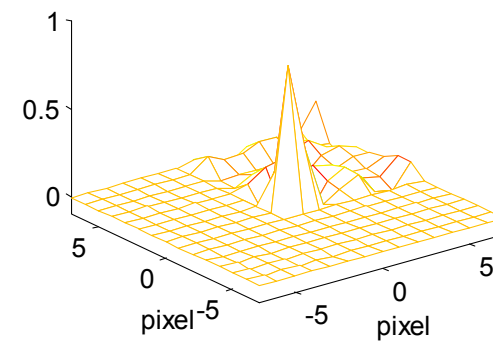
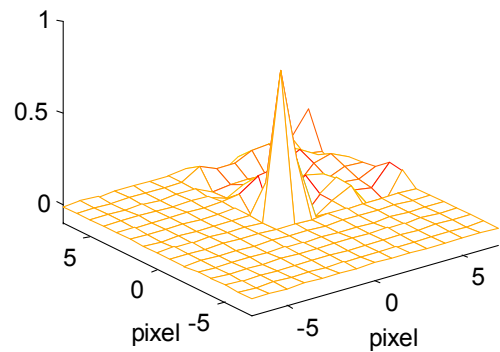


Рис. 2.3.3.

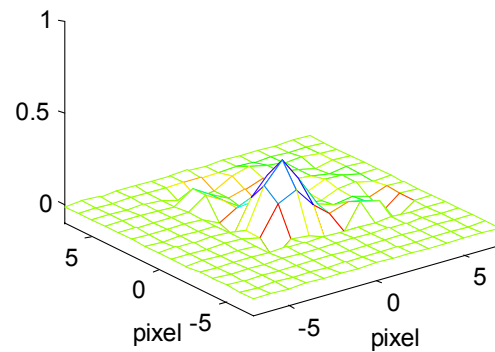
а)

ИО JPEG-50, Яф-15, Ати-135, К(1,1)



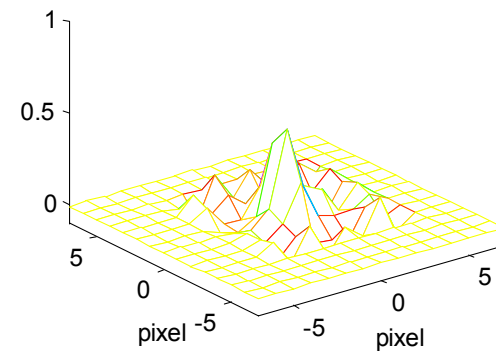
б)

ИО JPEG-50, Яф-15, Ати-135, К(3,3)



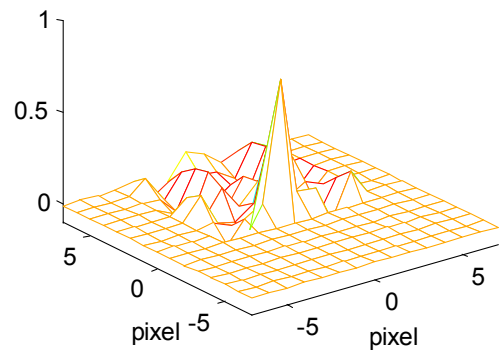
в)

ИО JPEG-50, Яф-15, Ати-135, К(4,4)



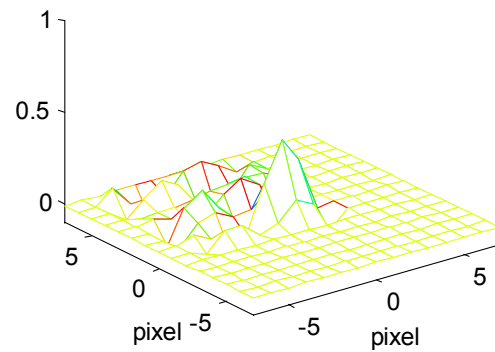
г)

ИО JPEG-50, Яф-15, Ати-135, К(1,4)



д)

ИО JPEG-50, Яф-15, Ати-135, К(2,6)



е)

ИО JPEG-50, Яф-15, Ати-135, К(3,7)

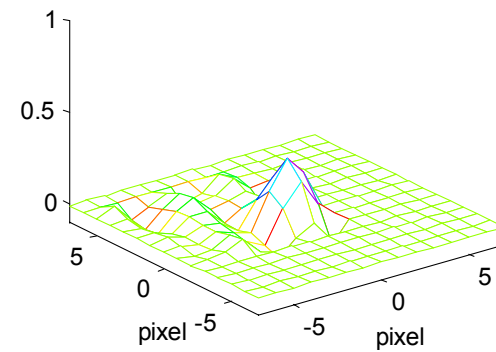


Рис. 2.3.4.