Actividade 3 - 18.03.2006 - Grupo 13/15 anos

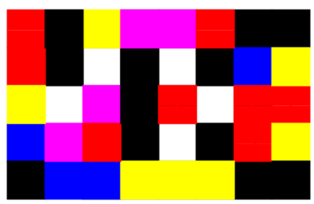
DIVISIBILIDADE

PROBLEMA 6

A Susana escolheu um número divisível por 6 e por 10 . Será que o número escolhido pela Susana é par? E divisível por 15? E por 20? E por 30? E por 60?

PROBLEMA 7

Numa cerâmica só se produzem azulejos em que cada lado mede um número inteiro de cm. Um corredor de 860 cm de comprimento e 240 cm de largura foi pavimentado com azulejos quadrados da maior dimensão possível para não ser necessário partir azulejos.



(a) Quanto mede o lado de cada azulejo?
(b) Quantos azulejos se utilizaram?

PROBLEMA 8

Encontra dois números a e b tais que a sua soma é 144 e o seu máximo divisor comum é 12.

PROBLEMA 9

Quantos divisores (incluindo 1 e 100) tem o número 100? E o número 1000? E o número 10^n?

PROBLEMA 6

Se o número é divisível por 6 e 10, então 2, 3 e 5 são factores primos do número. Logo, o número escolhido pela Susana é par, é divisível por 15 = 3 x 5 e por 30 = 2 x 3 x 5. Mas pode não ser divisível por 20 = 2 x 2 x 5 nem por 60 = 2 x 2 x 3 x 5, uma vez que na decomposição do número os expoentes destes factores primos podem ser todos iguais a 1. Por exemplo, a Susana pode ter escolhido o número 30!

PROBLEMA 7

O comprimento do lado do azulejo deve ser um inteiro que divida 860 e também 240, isto é, deve ser um divisor de ambos os números e o maior possível nestas condições. Logo, terá de ser igual ao m.d.c.(860, 240). Uma vez que 860 = 2^2 x 5 x 43 e 240 = 2^4 x 3 x 5, tem-se m.d.c.(860, 240)= 2^2 x 5 = 20. O lado de cada azulejo mede 20 cm e são necessários (860/20)x (240/20)=43 x 12 = 516 azulejos.

PROBLEMA 8

Se m.d.c.(a,b) = 12 então existem inteiros m e n com m.d.c.(m,n)=1 tais que a=12m e b = 12n. Uma vez que a+b= 144, tem-se 12m+12n=12(m+n)=144, logo m+n=12. Os possíveis valores para m e n de modo a serem primos entre si e a sua soma ser 12 são 1 e 11 ou 5 e 7, que correspondem aos valores de a e b: 12 e 132 ou 60 e 84, respectivamente.

PROBLEMA 9

Os divisores de $100 = 2^2 \times 5^2$ são $1, 2, 2^2, 5, 2 \times 5, 2^2 \times 5, 5^2, 2 \times 5^2, 2^2 \times 5^2$, ou seja, $1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100$. Logo, o número 100 tem 9 divisores

Observe-se que cada um dos divisores é da forma $2^i \times 5^j$, $i = 0, 1, 2$, $j = 0, 1, 2$. Assim, contar o número de divisores corresponde a contar o número de pares (i, j).

Portanto, o número $10^n = 2^n \times 5^n$ tem $(n + 1)^2$ divisores e, em particular, 100 tem $3^2 = 9$ divisores e 1000 tem $4^2 = 16$ divisores.