Actividades Matemáticas

www.mat.uc.pt/actividades

Actividade 1 - 19.11.2005 - Grupo 13/15 anos

É DIVERTIDO
RESOLVER PROBLEMAS!

PROBLEMA 1

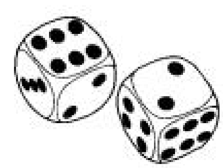
Após o desaparecimento da sua moedinha da sorte, o Tio Patinhas falou com os três sobrinhos. O Huguinho afirmou que tinha sido o Zézinho a esconder a moedinha. Das conversas com o Zézinho e com o Luizinho nada se sabe. Mais tarde, o Tio Patinhas descobriu que apenas um dos sobrinhos esteve envolvido no desaparecimento da moedinha e esse mesmo sobrinho tinha sido o único a falar verdade ao Tio. Afinal quem escondeu a moedinha?

PROBLEMA 2

Não sou um número ímpar. Contando comigo e com a unidade, tenho exactamente 4 divisores. Invertendo a ordem dos meus algarismos sou um número primo. A soma dos meus algarismos é um primo também, com dois algarismos. Sou menor que a raiz quadrada de 10000. Um dos meus algarismos é um quadrado perfeito. Consegues adivinhar que número sou?

PROBLEMA 3

O Asdrubal e o Baltazar são amigos. Ao mesmo tempo cada um deles lança um dado. Dos dois números obtidos, subtrai-se o menor ao maior. Se a diferença for 0,1 ou 2, o Asdrubal ganha um ponto. Se a diferença for 3,4 ou 5 é o Baltazar a ganhar o ponto. O jogo terminará ao fim de 20 lançamentos. À partida, este jogo dá vantagem a algum deles? Ou é um jogo justo?



PROBLEMA 4

À volta de uma praça existem casas. O Aníbal e o Mário dão uma volta à praça no mesmo sentido e contam as casas. Como não começam a contar da mesma casa, a quinta casa do Aníbal é a décima segunda do Mário e a quinta casa do Mário é a trigésima do Aníbal. Quantas casas existem em volta da praça?

PROBLEMA 5

O perímetro do triângulo equilátero da Figura 1 é 3 cm. Repete-se o procedimento apresentado no diagrama até desenhar a Figura 5. Qual é a soma dos perímetros de todos os triângulos brancos existentes nessa Figura 5?
E a soma das áreas desses triângulos?

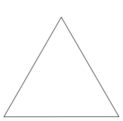


Figura 1

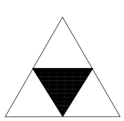


Figura 2

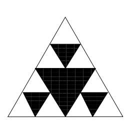


Figura 3

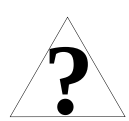


Figura 4

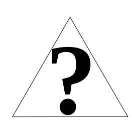


Figura 5

PROBLEMA 1

Se o culpado do desaparecimento da moedinha foi o único que disse a verdade ao Tio, então o Huguinho não é culpado. Assim, o Huguinho mentiu e, por isso, também não foi o Zézinho a esconder a moeda. Portanto, o culpado do desaparecimento da moedinha é o Luizinho.

O Luizinho disse a verdade ao Tio Patinhas. Por exemplo, pode ter afirmado que não foi o Zézinho a esconder a moeda.

PROBLEMA 2

O número é par e menor que 100. Se invertendo os algarismos, se obtém um primo, este primo terá dois algarismos e o primeiro é par. Analisando as possibilidades: 23, 29, 41, 43, 47, ... As duas primeiras não podem ser porque invertendo estes primos obtêm-se múltiplos de 4 e por isso números com mais de 4 divisores. Os primos 41 e 43 também não podem ser porque a soma dos seus algarismos não é um primo com dois algarismos. Agora 74 é par, tem exactamente 4 divisores (1,2,37,74), invertendo-o obtém-se o primo 47, a soma dos seus algarismos é 7+4=11, um primo e um dos seus algarismos (o 4) é um quadrado perfeito. Dos restantes primos com dois algarismos sendo o primeiro par: 61, 67, 83 e 89, os três primeiros não têm nenhum algarismo que seja um quadrado perfeito. Em relação a 89, 98 é múltiplo de 7 e, por isso, terá mais de 4 divisores. O número que está a falar só poderá ser o 74.

PROBLEMA 3

A seguinte tabela mostra as possíveis diferenças no lançamento de dois dados:

	1	2	3	4	5	6
1	0	1	2	3	4	5
2	1	0	1	2	3	4
3	2	1	0	1	2	3
4	3	2	1	0	1	2
5	4	3	2	1	0	1
6	5	4	3	2	1	0

Nos 36 resultados possíveis, as diferenças 0,1 e 2 aparecem 24 vezes enquanto as diferenças 3,4 e 5 aparecem apenas 12 vezes. A probabilidade do Asdrubal ganhar em cada lançamento é o dobro da do Baltazar, desta forma, o jogo dá vantagem ao Asdrubal.

Tenta alterar as regras do jogo de modo a ele ser justo. Há muitas maneiras diferentes de o fazer. Por exemplo, dar 1 ponto ao jogador A se a diferença for par e 1 ponto ao jogador B se a diferença for ímpar. Ou, dar 1 ponto ao jogador A se a diferença for 0,3,4 ou 5 e 1 ponto ao jogador B se a diferença é 1 ou 2.

Outro desafio: Após o lançamento dos dois dados, divide-se o maior número obtido pelo menor. O Asdrubal ganha um ponto se a divisão não for exacta, caso contrário o ponto é ganho pelo Baltazar. Este jogo é justo? Se o jogo não for justo, como se poderá torná-lo justo?

PROBLEMA 4

A quinta casa do Aníbal é a décima segunda do Mário, logo o Aníbal anda sete casas adiantado em relação ao Mário. Assim, a trigésima casa do Aníbal devia corresponder à trigésima sétima casa do Mário. No entanto, esta casa é a quinta casa do Mário. Conclui-se então que o Mário já deu a volta toda à praça, e que 37 é o número de casas à volta da praça mais 5, isto é, o número de casas à volta da praça é 37-5=32.

PROBLEMA 5

Em cada Figura, o lado de cada um dos triângulos brancos é metade do lado de cada triângulo branco da Figura anterior. De uma Figura para a outra o número de triângulos brancos triplica. Deste modo, a soma dos perímetros dos triângulos brancos em cada Figura é $\frac{3}{2}$ da mesma soma na Figura anterior. Portanto, a soma dos perímetros dos triângulos brancos na Figura 5 é

$$\frac{3}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} \times 3 = \frac{243}{16}.$$

Seja A a área do triângulo da Figura 1 (que se pode calcular). É fácil verificar que, a soma das áreas dos triângulos brancos de uma Figura é $\frac{3}{4}$ da soma das áreas dos triângulos brancos da Figura anterior. Logo, a soma das áreas dos triângulos brancos da Figura 5 é $\left(\frac{3}{4}\right)^4 A$.