

Add A to B

the result must be written with some digits of {A} U {B}

[This message was posted on [SeqFans](#) on December 14th, 2010. The wrong terms have been corrected today 15th, thanks to **Jean-Marc Falcoz**]

Hello SeqFans,

[Write the sum of a+b with the digits involved in a+b]

Here is my try (always use the smallest integer not used so far in the seq):
S=1,10,2,19,72,100,3,20,4,30,5,40,6,50,7,60,8,70,9,12,79,18,...

We see that the result of 1+10 uses only digits of the set {1,1,0}.
The same with 10+2, which uses some elements of {1,0,2}.
Again, 2+19 uses elements of {2,1,9} for its result.
And I guess 72 is the smallest integer respecting the constraint (we see that 19+72 is 91 which uses for its transcription only a few elements of the set {1,9,7,2})

Could someone check the existing terms, please, and extend (if of interest)?

Best,

É.

P.-S.

The set {0,1,2,3} does *not* permit to write 110, for instance.

Nous cherchons donc la première suite de nombres entiers tous différents dont la somme de deux termes successifs A et B s'écrit avec les chiffres produits par l'union des chiffres de A et B.

Explication.

On commence avec a(1) = 1 ; quel est le plus petit terme 't' qui, ajouté à 1, donne un résultat qu'on puisse écrire avec le chiffre '1' et les chiffres de 't' ? C'est 10 --> en effet 1+10=11 et '11' est écrit en prélevant des chiffres dans l'ensemble {1,1,0} :

S = 1, 10, ...

Le terme suivant est 2 car 12 (somme de '2' et '10') s'écrit avec des chiffres de l'ensemble {1,0,2} :

S = 1, 10, 2, ...

Le terme suivant est '19' (il n'y a pas plus petit) car 2+19=21 et 21 s'écrit avec {2,1,9} :

S = 1, 10, 2, 19, ...

Le terme suivant est '72' (il n'y a pas plus petit) car 19+72=91 et 91 s'écrit avec {1,9,7,2} :

S = 1, 10, 2, 19, 72, ...

Nous voulons que tous les termes de **S** soient différents les uns des autres : la suite **S** sera-t-elle, *in fine*, une permutation des nombres naturels ?

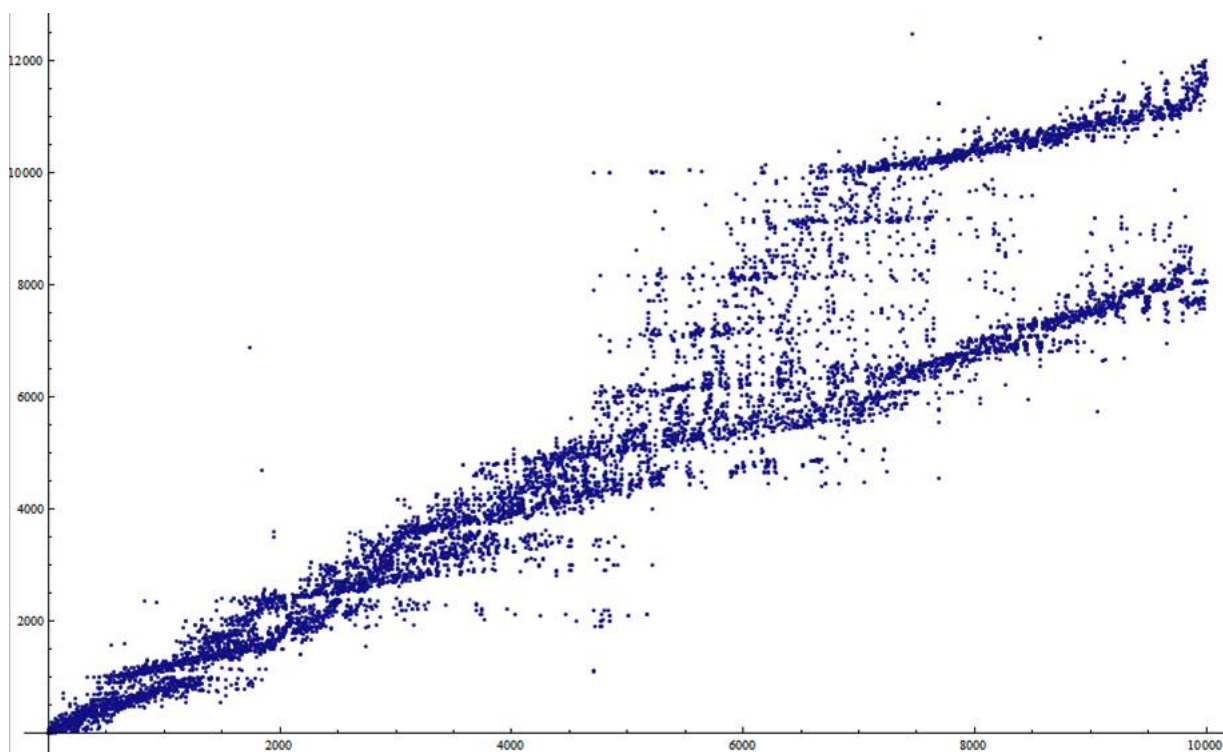
Jean-Marc Falcoz a calculé les 10000 premiers termes de **S** (les mille premiers sont ci-dessous, l'ensemble est tout en bas) - il joint un beau diagramme en forme de cirrus.

à+

É.

S = 1, 10, 2, 19, 72, 100, 3, 20, 4, 30, 5, 40, 6, 50, 7, 60, 8, 70, 9, 12, 79, 18, 13, 68, 113, 198, 21, 91, 32, 181, 130, 170, 131, 82, 120, 80, 101, 89, 109, 23, 69, 27, 14, 28, 54, 17, 24, 58, 117, 124, 90, 11, 200, 15, 36, 26, 37, 126, 93, 41, 273, 52, 163, 29, 63, 107, 123, 96, 71, 230, 73, 241, 83, 152, 64, 182, 31, 92, 119, 78, 102, 99, 112, 179, 132, 81, 97, 122, 169, 127, 25, 47, 125, 94, 51, 300, 16, 35, 48, 116, 45, 38, 46, 115, 236, 59, 34, 106, 234, 95, 61, 340, 62, 153, 128, 57, 114, 297, 104, 39, 56, 139, 172, 42, 175, 136, 180, 22, 190, 710, 191, 628, 157, 264, 140, 260, 141, 173, 138, 193, 108, 213, 168, 143, 171, 240, 160, 242, 186, 345, 49, 105, 346, 185, 133, 178, 203, 67, 103, 207, 134, 177, 244, 184, 228, 194, 208, 214, 197, 204, 137, 174, 238, 144, 268, 148, 233, 159, 232, 470, 231, 87, 192, 527, 188, 224, 195, 306, 145, 267, 149, 142, 75, 283, 245, 167, 129, 162, 53, 272, 250, 251, 164, 248, 183, 135, 176, 355, 150, 350, 151, 274, 147, 265, 257, 269, 253, 74, 362, 154, 258, 270, 33, 290, 610, 291, 528, 187, 284, 364, 84, 351, 165, 247, 205, 315, 146, 266, 256, 271, 43, 281, 437, 206, 254, 158, 223, 469, 225, 305, 196, 243, 85, 400, 44, 360, 155, 358, 375, 156, 239, 353, 372, 330, 370, 261, 255, 294, 118, 263, 259, 333, 296, 307, 326, 304, 189, 354, 217, 295, 227, 396, 216, 246, 166, 365, 218, 406, 215, 308, 275, 249, 475, 277, 430, 276, 341, 76, 293, 336, 287, 235, 288, 457, 285, 237, 335, 316, 317, 356, 279, 445, 389, 420, 380, 421, 398, 405, 327, 403, 337, 286, 342, 86, 500, 55, 450, 98, 121, 680, 1000, 65, 394, 509, 381, 357, 376, 359, 374, 369, 323, 407, 325, 417, 314, 427, 303, 367, 366, 397, 226, 415, 379, 412, 408, 395, 418, 402, 378, 456, 387, 331, 482, 320, 480, 161, 352, 371, 343, 590, 66, 540, 280, 520, 282, 531, 298, 504, 278, 446, 388, 455, 489, 401, 539, 404, 1010, 201, 689, 309, 581, 220, 580, 221, 598, 310, 591, 321, 498, 385, 373, 363, 318, 495, 328, 491, 348, 486, 377, 386, 252, 361, 262, 584, 399, 506, 439, 501, 409, 481, 332, 593, 910, 199, 702, 219, 572, 813, 210, 690, 77, 600, 88, 700, 1001, 110, 790, 111, 900, 1002, 319, 472, 812, 311, 706, 301, 589, 349, 485, 368, 313, 518, 302, 478, 419, 490, 410, 492, 431, 382, 441, 493, 451, 383, 452, 816, 312, 479, 465, 229, 463, 601, 289, 534, 611, 543, 390, 510, 391, 428, 413, 529, 416, 347, 392, 487, 497, 447, 1023, 209, 681, 905, 621, 541, 393, 532, 721, 524, 713, 461, 603, 299, 607, 329, 467, 1003, 429, 503, 1020, 202, 578, 1009, 212, 579, 1008, 440, 1004, 339, 594, 891, 695, 901, 211, 709, 961, 433, 916, 453,

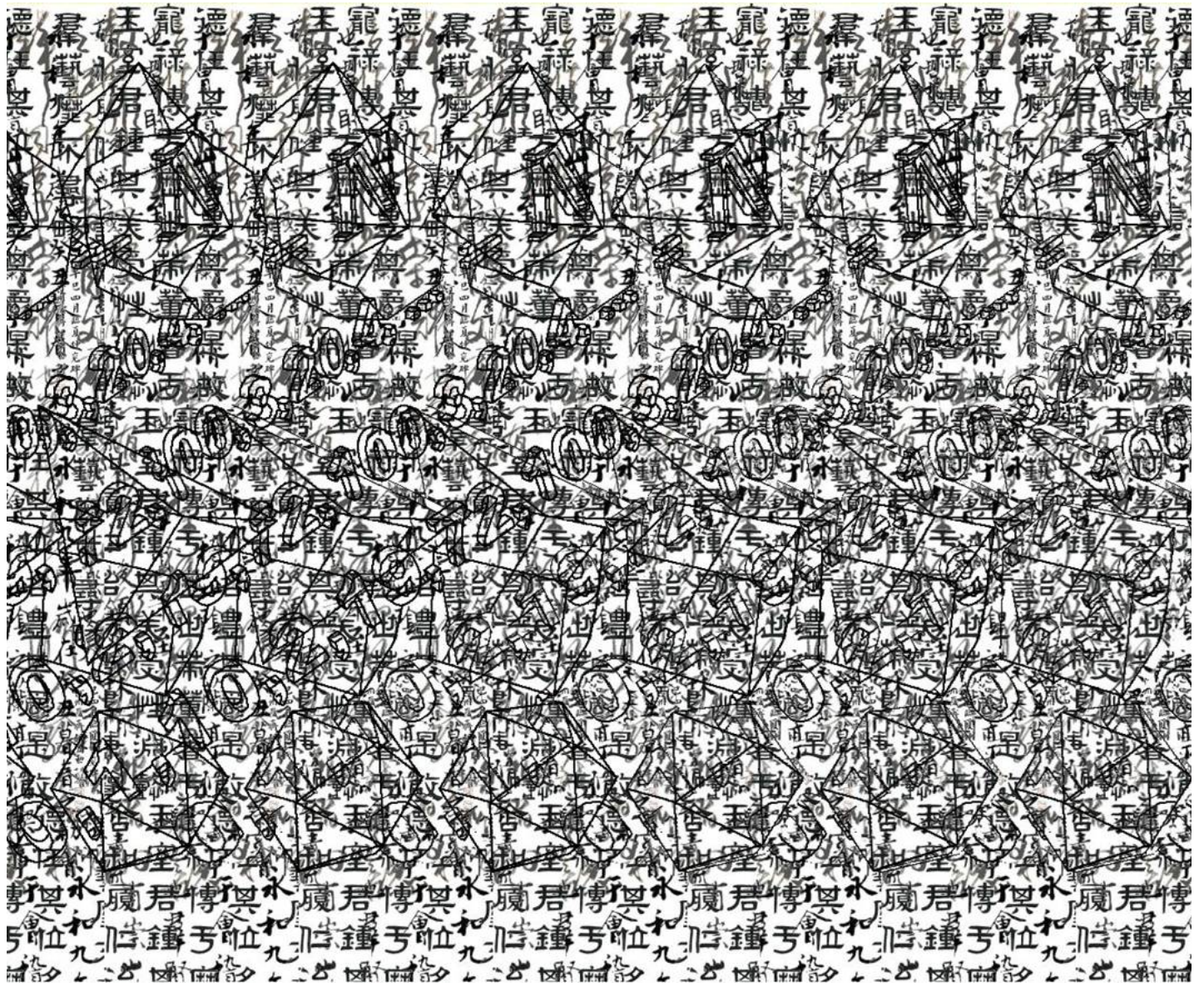
941, 548, 911, 438, 426, 519, 422, 1058, 222, 1580, 521, 631, 292, 587, 991, 432, 711, 423, 811, 645, 511, 634, 612, 513, 338, 496, 448, 1016, 324, 508, 322, 701, 906, 731, 522, 1086, 344, 599, 334, 609, 951, 443, 1027, 414, 630, 411, 605, 471, 903, 1029, 561, 904, 551, 614, 512, 613, 623, 641, 515, 742, 715, 542, 712, 523, 714, 562, 1018, 424, 1017, 384, 459, 1006, 434, 915, 483, 1025, 425, 499, 435, 914, 545, 1005, 449, 505, 1030, 502, 1019, 571, 924, 918, 650, 912, 547, 831, 514, 651, 814, 573, 1062, 458, 931, 564, 1039, 454, 1028, 552, 1068, 535, 1015, 436, 913, 546, 919, 657, 1013, 468, 1012, 568, 1035, 516, 940, 517, 942, 1038, 442, 1160, 444, 1602, 462, 1140, 460, 1007, 530, 1170, 533, 1037, 526, 741, 633, 1070, 507, 1040, 560, 1041, 549, 1045, 538, 1042, 563, 1067, 536, 1024, 558, 1022, 586, 1054, 596, 971, 625, 1047, 525, 1126, 488, 1052, 673, 1033, 537, 821, 647, 1057, 473, 921, 574, 1063, 567, 1036, 559, 1031, 576, 1026, 582, 1046, 615, 841, 627, 1014, 557, 1158, 597, 981, 697, 1032, 648, 1072, 608, 1050, 494, 1055, 800, 1011, 679, 1081, 569, 1021, 669, 1097, 619, 849, 1056, 484, 1164, 477, 1053, 617, 950, 616, 953, 1082, 678, 1090, 565, 1085, 671, 925, 1080, 602, 1060, 544, 1061, 554, 1096, 670, 1034, 606, 1059, 636, 1048, 556, 1049, 705, 1196, 720, 1083, 675, 1075, 683, 1077, 629, 1073, 652, 917, 659, 1137, 476, 1138, 570, 1130, 575, 1176, 585, 1065, 738, 1069, 637, 1066, 674, 1095, 780, 1091, 718, 960, 716, 851, 727, 1043, 687, 1093, 566, 1074, 632, 1071, 635, 1127, 588, 1197, 682, 1078, 624, 1117, 644, 1182, 466, 1148, 666, 1185, 620, 1180, 464, 1150, 2350, 672, 1088, 719, 859, 1051, 639, 1157, 604, 1238, 694, 1208, 577, 1136, 795, 1084, 676, 1064, 595, 1308, 723, 815, 643, 1087, 693, 1076, 626, 1186, 665, 1291, 654, 1107, 653, 1178, 553, 1172, 685, 1120, 684, 1128, 688, 1124, 748, 1092, 677, 1099, 667, 1129, 768, 1102, 708, 1079, 618, 990, 717, 962, 1153, 698, 1103, 728, 1114, 797, 1104, 839, 1142, 779, 1098, 722, 1190, 724, 751, 827, 861, 725, 1192, 729, 1168, 646, 1218, 668, 1146, 1260, 750, 1261, 807, 1169, 745, 1209, 734, 1179, 638, 1175, 583, 1220, 791, 896, 1044, 1227, 699, 1203, 769, 1145, 796, 1105, 2345, 707, 1194, 737, 1280, 730, 1281, 820, 1191, 726, 1195, 732, 1189, 782, 1109, 781, 997, 801, 907, 871, 909, 761, 825, 1200, 802, 1119, 778, 1139, 758, 1113, 798, 1089, 789, 1101, 809, 1112, 799, 1108, 762, 1159, 756, 1219, 752, 1199, 772, 1149, 765, 1250, 474, 1163, 952, 1167, 592, 1287, 691, 895, 1094, 785, 1193, 658, 1173, 920, 1171, 1240, 770, 1241, 840, 1201, 810, 970, 817, ...

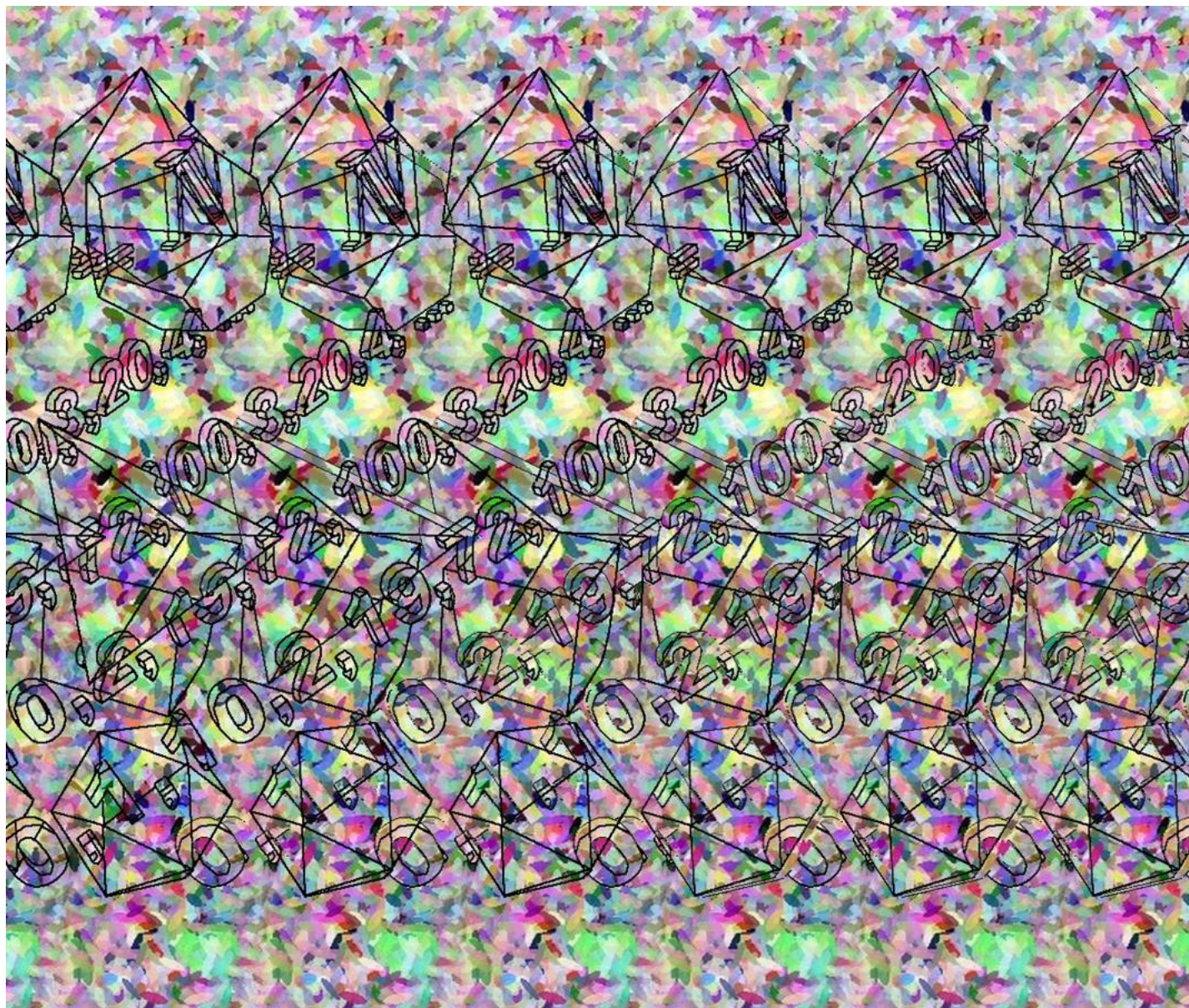


Trop beau !
 Merci encore, **Jean-Marc** !

P.S. du 16 décembre :

À ma question de savoir si **S** est ou non une permutation de N (soit les nombres naturels $1, 2, 3, 4, 5, \dots$), **Jean-Marc** croit pouvoir répondre par l'affirmative. Il m'envoie du coup deux magnifiques **auto-stéréogrammes** qui affirment que « $0, 1, 10, 2, 19, 72, 100, 3, 20, 4, \dots = N$ ».
 Quelle merveille (l'effet de perspective, notamment) !





Jean-Marc ajoute (au sujet de la permutation $S = N$) :

> J'ai poussé le calcul jusqu'à 10000. Sur ces 10000 termes, le plus petit entier non utilisé dans la suite est 5550, il serait utilisé si on allait jusqu'à 50000 par exemple (car ça ferait 555550). Avec le même type de raisonnement pour chaque plus petit entier non encore utilisé, je ne vois pas pourquoi ta suite ne serait pas une permutation de N.

[Les 10000 termes de S calculés par Jean-Marc sont ici]

Claudio Meller, de son côté, calcule les débuts de $S(2)$, $S(3)$, $S(4)$, ... $S(9)$:

> Hi Eric,
Here are the sequences if we start with the numbers from 2 to 9;
Best,
Claudio.

$S(2) = 2, 10, 1, 20, 3, 29, 63, 18, 13, 68, 100, 4, 30, 5, 40, 6, 50, 7, 60, 8, 70, 9, 12, 79, 108, 72, 19, 78, 102, 80, 101, 89, 109, 23, 69, 27, 14, 28, 54, 17, 24, 58, 117, 124, 90, 11, 200, 15, 36, 26, 37, 126, 93, 41, 273, 52, 163, 148, 16, 35, 48, 116, 45, 38, 46, 115, 236, 59, 34, 106, 234, 95, 61, 300, 21, 91, 32, 181, 130, 170, 131, 82, 120, 81, 97, 122, 99, 112, 179, 92, 31, 182, 42, 172, 85, 243, 71, 96, 123, 107, 203, \dots$

$S(3) = 3, 10, 1, 20, 2, 19, 72, 100, 4, 30, 5, 40, 6, 50, 7, 60, 8, 70, 9, 12, 79, 18, 13, 68, 113, 198, 21, 91, 32, 181, 130, 170, 131, 82, 120, 80, 101, 89, 109, 23, 69, 27, 14, 28, 54, 17, 24, 58, 117, 124, 90, 11, 200, 15, 36, 26, 37, 126, 93, 41, 273, 52, 163, 29, 63, 107, 123, 96, 71, 230, 73, 241, 83, 152, 64, 182, 31, 92, 119, 78, 102, 99, 112, 179, 132, 81, 97, 122, 169, 127, 25, 47, 125, 94, 51, 300, 16, 35, 48, 116, 45, \dots$

$S(4) = 4, 10, 1, 20, 2, 19, 72, 100, 3, 29, 63, 18, 13, 68, 113, 198, 21, 91, 32, 181, 130, 5, 30, 6, 40, 7, 50, 8, 60, 9, 12, 79, 108, 70, 101, 80, 102, 78, 109, 23, 69, 27, 14, 28, 54, 17, 24, 58, 117, 124, 90, 11, 200, 15, 36, 26, 37, 126, 93, 41, 273, 52, 163, 148, 16, 35, 48, 116, 45, 38, 46, 115, 236, 59, 34, 106, 234, 95, 61, 300, 22, 180, 25, 47, 125, 94, 51, 364, 62, 153, 82, 120, 81, 97, 122, 99, 112, 179, 92, 31, 182, \dots$

$S(5) = 5, 10, 1, 20, 2, 19, 72, 100, 3, 29, 63, 18, 13, 68, 113, 198, 21, 91, 32, 181, 130, 4, 30, 6, 40, 7, 50, 8, 60, 9, 12, 79, 108, 70, 101, 80, 102, 78, 109, 23, 69, 27, 14, 28, 54, 17, 24, 58, 117, 124, 90, 11, 200, 15, 36, 26, 37, 126, 93, 41, 273, 52, 163, 148, 16, 35, 48, 116, 45, 38, 46, 115, 236, 59, 34, 106, 234, 95, 61, 300, 22, 180, 25, 47, 125, 94, 51, 364, 62, 153, 82, 120, 81, 97, 122, 99, 112, 179, 92, 31, 182, \dots$

S(6) = 6, 10, 1, 20, 2, 19, 72, 100, 3, 29, 63, 18, 13, 68, 113, 198, 21, 91, 32, 181, 130, 4, 30, 5, 40, 7, 50, 8, 60, 9, 12, 79, 108, 70, 101, 80, 102, 78, 109, 23, 69, 27, 14, 28, 54, 17, 24, 58, 117, 124, 90, 11, 200, 15, 36, 26, 37, 126, 93, 41, 273, 52, 163, 148, 16, 35, 48, 116, 45, 38, 46, 115, 236, 59, 34, 106, 234, 95, 61, 300, 22, 180, 25, 47, 125, 94, 51, 364, 62, 153, 82, 120, 81, 97, 122, 99, 112, 179, 92, 31, 182, ...

S(7) = 7, 10, 1, 20, 2, 19, 72, 100, 3, 29, 63, 18, 13, 68, 113, 198, 21, 91, 32, 181, 130, 4, 30, 5, 40, 6, 50, 8, 60, 9, 12, 79, 108, 70, 101, 80, 102, 78, 109, 23, 69, 27, 14, 28, 54, 17, 24, 58, 117, 124, 90, 11, 200, 15, 36, 26, 37, 126, 93, 41, 273, 52, 163, 148, 16, 35, 48, 116, 45, 38, 46, 115, 236, 59, 34, 106, 234, 95, 61, 300, 22, 180, 25, 47, 125, 94, 51, 364, 62, 153, 82, 120, 81, 97, 122, 99, 112, 179, 92, 31, 182, ...

S(8) = 8, 10, 1, 20, 2, 19, 72, 100, 3, 29, 63, 18, 13, 68, 113, 198, 21, 91, 32, 181, 130, 4, 30, 5, 40, 6, 50, 7, 60, 9, 12, 79, 108, 70, 101, 80, 102, 78, 109, 23, 69, 27, 14, 28, 54, 17, 24, 58, 117, 124, 90, 11, 200, 15, 36, 26, 37, 126, 93, 41, 273, 52, 163, 148, 16, 35, 48, 116, 45, 38, 46, 115, 236, 59, 34, 106, 234, 95, 61, 300, 22, 180, 25, 47, 125, 94, 51, 364, 62, 153, 82, 120, 81, 97, 122, 99, 112, 179, 92, 31, 182, ...

S(9) = 9, 10, 1, 20, 2, 19, 72, 100, 3, 29, 63, 18, 13, 68, 113, 198, 21, 91, 32, 181, 130, 4, 30, 5, 40, 6, 50, 7, 60, 8, 70, 101, 80, 102, 78, 109, 12, 79, 108, 90, 11, 200, 14, 27, 25, 47, 125, 94, 51, 300, 15, 36, 26, 37, 126, 93, 41, 273, 52, 163, 148, 16, 35, 48, 116, 45, 38, 46, 115, 236, 59, 34, 106, 54, 17, 24, 58, 117, 124, 95, 61, 340, 62, 153, 82, 120, 81, 97, 122, 99, 112, 179, 92, 31, 182, 42, 172, 85, 243, 71, 96, ...

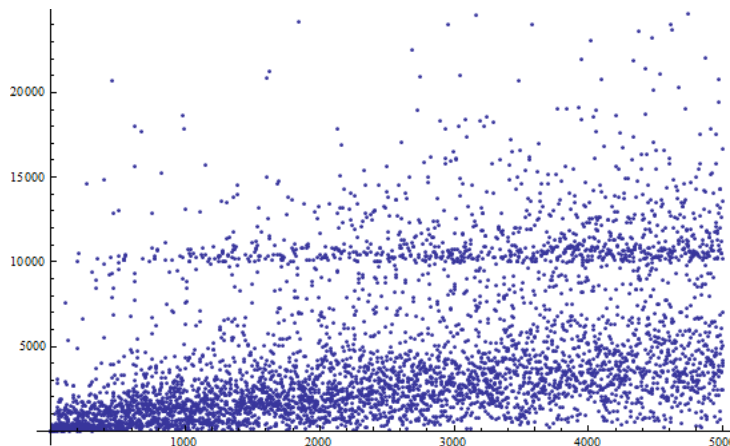
Claudio a même calculé la suite résultant d'une contrainte voisine : ici ce n'est pas la somme A+B qui doit s'écrire avec les chiffres de A U B, mais le produit AB :

> Hi Eric,
 > This is a similar sequence but instead of sum we take the product:

P = 1, 2, 10, 3, 51, 30, 100, 4, 16, 40, 160, 352, 151, 34, 106, 25, 13, 24, 26, 240, 130, 250, 133, 295, 313, 1000, 5, 19, 50, 102, 6, 21, 60, 127, 171, 241, 175, 109, 45, 181, 450, 187, 400, 166, 3052, 1196, 302, 2865, 1441, 298, 31, 1165, 139, 7, 1015, 70, 1043, 700, 1168, 412, 1702, 125, 57, 834, 570, 1250, 137, 55, 1037, 190, 365, 1900, 367, 1689, 59, 845, 491, 395, 1873, 406, 101, 11, 892, 110, 1001, 1009, 445, 183, 264, 238, 136, 12, 68, 120, 451, 114, 1238, 1035, 9, 351, 90, ...

Jean-Marc a calculé 5000 termes de la suite P de Claudio et fournit encore un diagramme superbe.

> Par curiosité, j'ai fait tourner mon programme "adapté" (il n'y a qu'un seul signe à changer en tout et pour tout !)
 > Le plus petit entier non utilisé après 5000 nombres est 78. Je joins le dessin jusqu'à 5000 :



Merci à tous!

[Sommaire](#) des suites sommaires