



日本取引所グループ
JAPAN EXCHANGE GROUP

JPX WORKING PAPER

JPXワーキング・ペーパー

銀行・企業・金融市場の連成モデルを用いた
システミックリスク分析

濱脇 諒
和泉 潔

2020年3月27日

Vol. 34

目次

1	はじめに	2
1.1	研究の背景	2
1.2	先行研究	2
1.3	本研究の位置付け	2
2	モデル	3
2.1	銀行	3
2.2	企業	9
2.3	株式市場	12
3	シミュレーション	15
3.1	実験の目的	15
3.2	1 試行のフロー	15
3.3	パラメータ	16
4	結果と考察	17
4.1	銀行の破綻数	17
4.2	流動性破綻についての考察	23
5	まとめと今後の展望	27
5.1	まとめ	27
5.2	今後の展望	27

備考

JPX ワーキング・ペーパーは、株式会社日本取引所グループ及びその子会社・関連会社（以下「日本取引所グループ等」という。）の役職員並びに外部研究者による調査・研究の成果を取りまとめたものであり、学会、研究機関、市場関係者他、関連する方々から幅広くコメントを頂戴することを意図しております。なお、掲載されているペーパーの内容や意見は筆者ら個人に属し、日本取引所グループ等及び筆者らが所属する組織の公式見解を示すものではありません。

銀行・企業・金融市場の連成モデルを用いた システミックリスク分析*

濱脇 諒[†] 和泉 潔[†]

2020年3月27日

概要

本研究では、システミックリスクの分析を行うために、銀行・企業・金融市場の相互作用を考慮した連成モデルを作成し、株式の保有率の変化が金融システム全体に与える影響を調べるための実験を行った。「銀行が保有する有価証券に占める株式と債券の比率」「銀行が余剰資金を貸出に回すか株式を購入するかの選好度」の2つを変化させた時の銀行間ネットワークへの影響を分析した。

結果として、金融機関の債務不履行による破綻数については、上の2つのパラメータによる影響よりも、利率水準の方がより大きな影響を与えていることが分かった。よって、銀行の流動性不足への対策としては、保有する債券の量に関する対策だけではなく、債券を容易に換金できる環境整備や利子収入の増加といった金融システム全体の環境に関わる観点も重要であることが示唆された。

* 本稿に示されている内容は、筆者ら個人に属し、株式会社日本取引所グループ等及び著者らが所属する組織の公式見解を示すものではありません。また、ありうべき誤りは、すべて筆者個人に属します。連絡先：濱脇 諒 (b2017hamawaki@socsim.org)

[†] 東京大学大学院工学系研究科

1 はじめに

1.1 研究の背景

2008年に世界中を巻き込み発生したサブプライムローン金融危機は、アメリカの住宅ローン市場の比較的小さな部門で起こった問題であった(永田, 2013)。また、スペインやイタリアといったヨーロッパの大国にも伝播したユーロ危機と呼ばれるサブリン危機も、ギリシャにおける財政赤字の大幅な上方修正が発端となり、国債の価格が急落したことが原因である(羽森, 2013)。

以上のように、今日では、特定の企業・国における破綻・倒産やリスクが経済のグローバル化により国際的な影響を持つようになってきており、単独の金融機関の安定性だけではなく、複数の金融機関の相互作用または金融市場を通じた影響など金融システム全体での安定性を評価するシステミックリスクに関する研究に近年注目が集まっている。

1.2 先行研究

システミックリスクに関するシミュレーション分析は、Allen and Gale (2000)によって、その基礎が確立された。Allenらは、4つの銀行間で仮想的に貸借ネットワークを再現したモデルを考えており、より密なネットワーク中の方が、1つの銀行が破綻してもその債務をより多くの人数で分散することができるため、負の影響を減らすことができ、全体として頑健なネットワークであるという結論を導いている。

また、橋本・倉橋(2017)では、複数の種類のネットワークを用いて、破綻の連鎖を説明し、予測を行っている。また、前野(2013)では、各銀行が貸借対照表を持つことで、資金貸出先の破綻による自己資本の毀損によって銀行が連鎖的に破綻していく様子を再現し、連鎖破綻リスクが高くなる条件をまとめている。

しかし、橋本らや前野の研究は銀行のみのシミュレーションであり、企業への融資についての考慮がなされておらず、また、金融市場についての考慮もない。

1.3 本研究の位置付け

銀行から企業への投資は銀行の主業務の1つであり、銀行はその貸出による利子収入で収益をあげており、企業もまた、銀行からの融資を元手に設備投資を行い、事業を拡大させる。以上のようなポジティブな影響のみならず、企業が倒産した場合、その企業に貸し出していた資金を銀行は回収することができず、損害を被るといった負の影響もあり、その相互作用は金融システム全体を考える上で不可欠である。

金融市場についても、銀行が保有する株式の価格が暴落すると、銀行は自己資本を毀損することとなり、直接的に破綻に追い込まれることもあれば、その毀損に伴い、間接的に貸し渋り等の銀行の行動への負の影響を受けることがある。よって、銀行と金融市場の相互作用もまた無視することができない。

そこで、本研究では、図1に示すように、金融市場で起こった有価証券の価格の暴落が銀行にダメー

ジを与え、銀行が企業に資金を貸し出せなくなり、企業が倒産するといった銀行・企業・金融市場の相互作用を考慮したようなフレームワークを構築し、銀行の行動が企業や金融市場といった金融システム全体に与える影響を調べる。

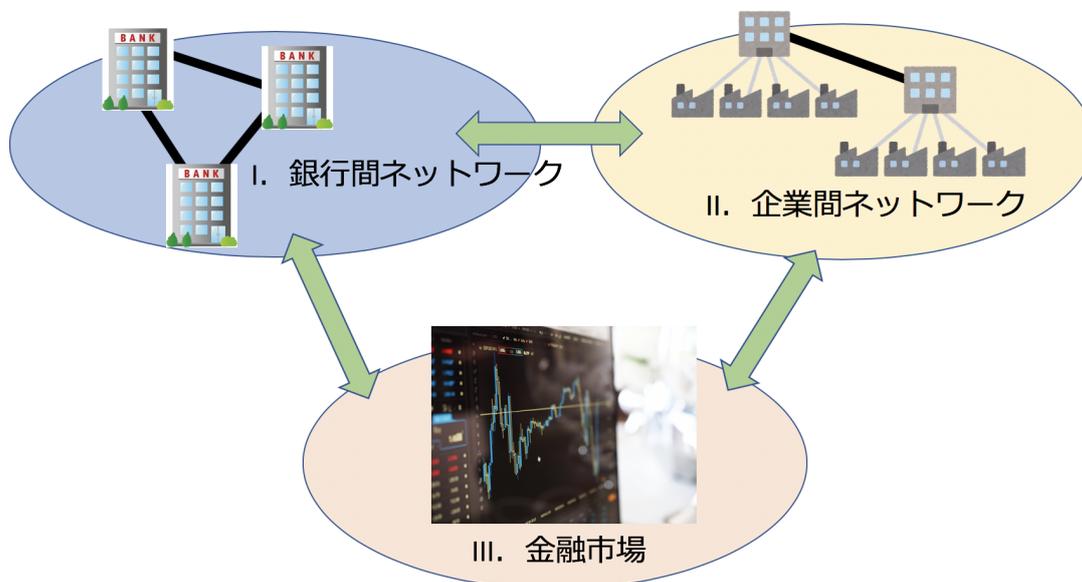


図1 モデルの概略図

2 モデル

本モデルでは、大きく分けて3つの構成要素から成る。

1. 銀行 100 行
2. 企業 100 社
3. 株式 40 種

銀行に関する詳細については、2.1 節、企業については 2.2 節、株式を含む金融市場については 2.3 節の中で述べていく。

2.1 銀行

銀行は他の銀行と貸借を行い、本節で示すモデルで余剰資金を計算し企業に貸し出す。これらは全て以下に示すバランスシートへの計上でモデル化されている。

2.1.1 銀行間ネットワーク

銀行間ネットワークは銀行同士の貸借関係を表したものである。各銀行をノードとし貸借関係をリンクとしている。

本モデルでは、コアペリフェラルネットワークを用いて実験を行う。コアペリフェラルネットワーク

は以下のような特徴を持つネットワークであり、実際の日本におけるコール市場という金融機関同士が短期の貸借を行う市場で観測される(今久保・副島, 2008).

1. 中心的なノード(コア)と周辺に分けられる2層構造となっている
2. コアは完全グラフに近い
3. コアは周辺に対するハブとなっており、コアに属する銀行と複数の周辺の銀行が貸借関係を持つ
4. 周辺はクラスター化しており、一部の周辺に属する銀行同士で完全グラフを形成する

銀行間ネットワークは貸し出す銀行を始点とし借り入れる銀行が終点となる有向グラフで表すことができる。本モデルでは、まずコアペリフェラルネットワークの特徴を持つような無向グラフを作成し、その後、各リンクについて貸し出す確率と借り入れる確率をそれぞれ50%として向きを決定する。

銀行*i*から銀行*j*への初期の貸借額 $Lend_{i,j}(0)$ は前野(2013)のモデルを基に、式1を用いて算出した。

$$Lend_{i,j}(0) = \frac{\left({}^{out}k_{i,0} \quad {}^{out}k_{j,0} \right)^r}{\sum_{i=1}^N \sum_{j \in (1, \dots, N), j \neq i} \left({}^{out}k_{i,0} \quad {}^{out}k_{j,0} \right)^r} L_0 \tag{1}$$

ここで、 ${}^{out}k_{i,t}$ は時刻*t*における銀行*i*が貸出を行っている銀行数、*N*は総銀行数で100とした。 L_0 は初期状態の総貸出額、*r*は貸借額の偏りを表すパラメータである。 ${}^{out}k_{j,t}$ は前述のモデルで生成されたネットワークから決まる値であり、前野(2013)を参考にして、 L_0 は13000から15000の間の一様な乱数、*r*は0.8と外生的に与えた。

式1は、はじめに総貸出額数 L_0 が与えられていて、それを各貸出取引における貸出先と借入先の貸出先数の積で按分することを表している。すなわち、自分の貸出先数が多ければ多いほど、また、貸出先の銀行の貸出先数が多ければ多いほど貸出額が大きくなることを意味している。

2.1.2 バランスシート

各銀行は資金の貸借や自己資本といった財務状況の管理に貸借対照表を用いる。本モデルで使用する項目は以下の7つである。

(借方)	(貸方)
有価証券	自己資本
現金	預金
企業貸出	銀行間借入
銀行間貸出	

図2 貸借対照表の項目

まず、式1で各銀行の貸出と借入が決定される。次に、全国銀行協会が公開している全国銀行財務諸

表分析¹⁾より，日本における銀行の貸借対照表をもとにノンパラメトリック手法であるカーネル密度法を用いて実データから有価証券，現金，自己資本，預金の割合を決定した。

自己資本と預金の割合から銀行間借入の割合を逆算し，式 1 で求めた額を除算することで総資産額を求める。

その総資産額に実データから決定した割合を乗算することで有価証券，現金，自己資本，預金の額を求め，最後に貸方と借方との差を企業間貸出とした。

2.1.3 資金貸出のアルゴリズム

各銀行はバーゼル III における流動性規制を満たす範囲の現金を保有しておく義務があり，手持ちの現金からその保有義務分を差し引いて残った余剰資金を企業に貸し出す。バーゼル III は国際決済銀行によって求められる国際的な要求であり，有事に備えて流動性，すなわち現金や債券・株式などの容易に換金できる有価証券を各銀行が保有しておかなければならないという規制がなされている (King and Tarbert, 2011)。

本モデルでは，式 2 を用いて流動性カバレッジ比率 LCR を求め，これが一定値 α を下回らない範囲で現金を使えるものとする。

$$LCR = \frac{LiquidityAsset}{DrainNet} \quad (2)$$

$$LiquidityAsset = C + \min\left(0.5 \cdot MA, \frac{15}{85} \cdot C\right) \quad (3)$$

$$DrainNet = Drain - \min(LM, 0.75 \cdot Drain) \quad (4)$$

$$Drain = BM + 0.05(0.6 \cdot A) + 0.4(0.4 \cdot A) + 0.3(per_{com} \cdot LMC) \quad (5)$$

ここで， C はバランスシート上の現金， MA は有価証券， A は預金 LM は 1 ヶ月以内に他の銀行から回収する銀行間での貸出額， BM は同じく 1 ヶ月以内に他の銀行に返済すべき銀行間での借入額， LMC は企業への貸出額， per_{com} は企業への貸出額におけるコミットメントライン契約による貸出²⁾の割合を表している。

これらの式は 2010 年に国際決済銀行より発表されたバーゼル III に基づくものであり，以下の 4 つの内容をモデル化したものである (King and Tarbert, 2011)。

1. 銀行は流動性リスクに備え十分な現金 (流動性) を確保する必要がある。
2. 有価証券はレベル 2 流動性資産に格付けられ，その 15% までが適格流動性資産に加えられる。
3. 預金のうち，60% が個人からのもの，40% が企業からのものとした。
4. 企業への貸出のうち 35% をコミットメントライン契約とした ($per_{com} = 0.35$)。

¹⁾ 全国銀行協会ホームページ (<https://www.zenginkyo.or.jp/stats/year2-02/>) を参照した

²⁾ コミットメントラインとは，銀行から企業への貸出を行う際に，期間と貸出上限額を設定し，その期間内であれば何度でも借入・返済ができるという融資形態のことである

(みずほ銀行ホームページ (<https://www.mizuhobank.co.jp/corporate/finance/commitment/index.html>) を参照した)

銀行は各年の終わりに企業へと貸し出すための余剰資金を以上のモデルで計算する。貸し出す相手の選択は、まず規模が上位の 30 社を抽出してきて、その中からランダムに 5 社選んで貸し出す。この際、余剰資金はその 5 つの企業の成長率の比に応じて分配する。

2.1.4 銀行の行動

各期ごとに、銀行はまず今期の行動を図 3、4 に基づいて決定する。

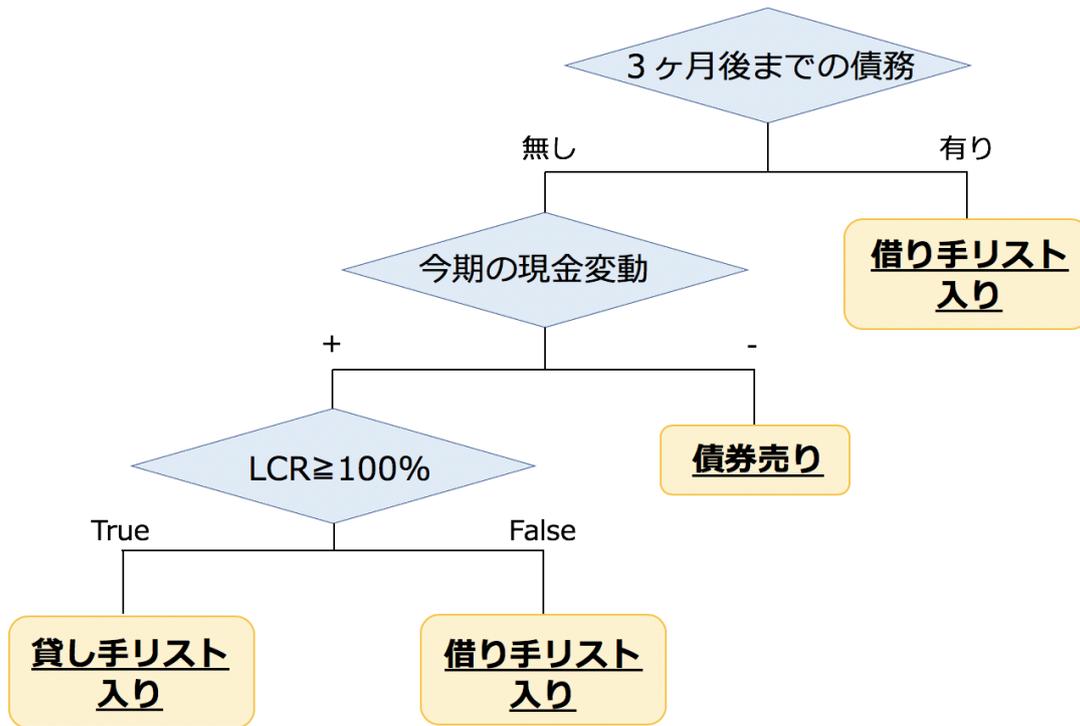


図 3 銀行の各期の行動フローチャート

図 3 に示すように、一部債券を売る銀行を除き各銀行をまず貸し手と借り手に分ける。このフローチャートにおける条件とその分岐結果についてそれぞれ説明していく。

■**3ヶ月後までの債務** まず、はじめに3ヶ月後までに銀行間で返済すべき貸借の有無で銀行を分ける。これは銀行が債務を返済するにあたって、3ヶ月前から現金の準備をすることに依拠している。3ヶ月後までの債務がある銀行は借り手のリストに入る。借りる額は式 1 によって計算する。また、3ヶ月後までの債務がない銀行は次のフローへと進む。

■**今期の現金の変動予測** 各銀行は今期に流入する現金と流出する現金を予測する。流入する項目は以下の通りである。

1. 利子収入
2. 貸出金の回収

一方で、流出する項目は以下の通りである。

- 費用
- 借入金の返済

これらの金額をバランスシートをもとに計算し、差し引きを考えることで今期の現金変動を予測する。現金変動が負の銀行はその分の債券を売ることによって現金の変動を打ち消そうとする。一方で、現金変動がプラスの銀行は次のフローに進む。

■流動性カバレッジ比率 次に、各銀行は式2を用いて流動性レバレッジ比率を計算し、これが現在日本で求められている100%以上という基準を満たしていれば、貸し手のリストに入る。一方で、その基準を満たしていない銀行は保有現金量が不十分ではないとして、他の銀行から現金を借りるために借り手のリストに入る。

以上のフローにより、全ての銀行は債券を売るか貸し手、もしくは借り手どちらかに分類された。次に、貸し手と借り手それぞれの行動のフローチャートを図4に示す。

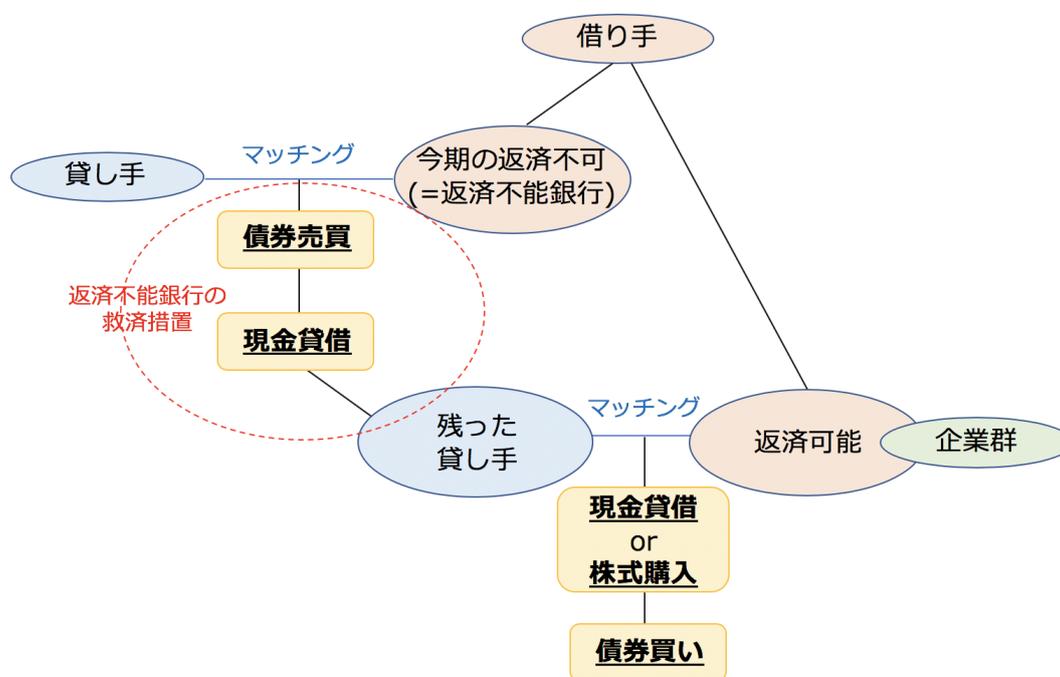


図4 貸し手と借り手の行動フローチャート

まず、借り手のうち、今期に返済すべき債務があり、かつ返済分の現金を保有していない返済不能銀行を抽出する。これらの銀行は不足分の現金を補うために、貸し手との間で以下の取引を行う。

1. 債券を売る
2. 貸し手銀行から借入を行う

債券を売る取引については、貸し手が今期あげた利益の額分の取引を行い、借り手は返済すべき額に現金が達するまで貸し手を変え、売買を行う。返済不能銀行が保有する全ての債券を売り切っても、返済すべき現金を準備できていない場合、他の貸し手銀行から借入を行う。この際、取引額は式1によ

て計算する。

ここで、返済不能銀行をはじめに救済するのは、今期返済不能となった借り手側が積極的に貸し手に働きかけて、現金を準備しようとするため、他の借り手に比べて現金を借りる機会が多くなるという仮定をおいたためである。

全ての返済不能銀行の救済が終わった後、まだ取引を行っていない貸し手銀行を後述のパラメータ β によって以下の2つのグループに分類する。

1. 株式を購入する
2. 銀行もしくは企業に貸出を行う

それぞれの行動の詳細について以下に示していく。

■株式の購入 株式を購入する銀行は今期あげた利益の額分の株式を購入する。その際、購入する銘柄については、銀行ごとに各銘柄について次の期の価格を予想し、予想期待リターンが最大のものを1種類購入するものとした。このアルゴリズムの詳細については、2.3節で述べる。

■銀行・企業への貸出 こちらに分類された貸し手銀行と借り手銀行に加え、2.2.2節で述べるアルゴリズムに従って、貸出を要求する企業群の三者間でランダムにマッチングを行い、貸出を行う。その際の金額は銀行間での取引の場合、式1によって計算された値とした。一方で、企業への貸出の際には今期あげた利益の額分の現金を貸し出すこととした。

以上の行動を全て行い、貸し手銀行が残った場合には、現金変動が負になって債券を売る行動をとった銀行とマッチングさせ、債券の売買を行う。

2.1.5 銀行の破綻

銀行の破綻を判定するには、以下の2つの基準を用いる。

1. 債務不履行
2. 自己資本比率の低下

債務不履行は、前述のとおりであり銀行間での借入金満期になった時、返済額分の現金を持っておらず償還できないことである。

各銀行の時刻 t における自己資本比率 CAR_t については、6式によって定義される。

$$CAR_t = \frac{Networth_t}{\sum_j VaR_{j,t} \cdot StockNum_{j,t}} \quad (6)$$

ここで、 $Networth_t$ は銀行 i における時刻 t のバランスシート上の自己資本の額である。

以下に6式の分母について考えるのに必要なバリュアットリスクについて述べていく。

バリュアットリスクは銀行等の金融機関が保有する株式や債券といった金融商品によるリスクを定量的に表したものである。金融機関が一定期間金融商品を保有する際に、価格変動によってある一定の確率で生じ得る最大損失額を指す (Artzner et al., 1999)。バリュアットリスクは1990年代に金融機関のリスク管理実務において、標準的に用いられるようになった (安藤, 2004)。本モデルでのバリュア

アットリスクの算出方法を以下に示す。

1. 有価証券の価格を過去 100 ステップ分取得する
2. 100 ステップそれぞれについて 1 ステップごとの期待リターンを求める
3. 2. の期待リターンを降順に並べた時の下位 5%, すなわち 95 番目の期待リターンを取得する
4. 3. で得た期待リターンによる損失額を時刻 t のバリュアットリスク VaR_t とする

このようにして求めた株式 j の時刻 t におけるバリュアットリスク $VaR_{j,t}$ に各銀行が保有している株式 j の数量 $StockNum_{j,t}$ を乗算する。この算出を保有する各銘柄に対して行い、足し上げることで、ある銀行の保有する有価証券が確率 5% で起こり得る下落に対して、損失し得る額を求めることができる。これはリスク資産と定義され、リスク資産に対する自己資本の割合を自己資本比率として定義した。

この定義はバーゼル II に基づくもので、金融商品の多様化を背景に、将来起こりうる金融ショックのリスクに対して十分な自己資本を保有しているかを定量的に表すことで、各銀行の健全な運営、ひいては銀行間ネットワーク全体の頑健性を高めるための規制である (国際決済銀行, 2006)。

以上より、自己資本比率が 4% を下回った時に、その銀行は健全な経営ができていないものとして、破綻として扱うこととした。

2.2 企業

企業は規模という値を持っており、ここでいう規模は Ohnishi et al. (2010) のモデルにおける企業間ネットワークの出次数と同様のものであり、企業の出資金や売り上げ、従業員数といった値を総合した代表値を想定している。

各企業は 1 年ごとに、後述の企業の成長率分布から成長率を取得するようなモデルとなっている。

2.2.1 企業の成長モデル

式 7 に示すように、各企業の成長率は 1 年ごとの企業の規模の対数差分として定義される。

$$g_t = \ln(size_t) - \ln(size_{t-1}) \quad (7)$$

$$= \ln\left(\frac{size_t}{size_{t-1}}\right) \quad (8)$$

各企業は式 9 に示すように、1 年に 1 度、以下の分布に従って生成された値を成長率としてその規模を拡大させる。

$$size_t = e^{g_t} size_{t-1} \quad (9)$$

ここで、企業の成長率 g の分布は Stanley et al. (1996) や坂井・渡辺 (2012) によると以下のようなことが知られている。

Stanley et al. (1996) は 1975 年から 1991 年のアメリカの製造業を営む企業の成長率を調べたところ、それらの成長率の分布がべき分布に従うことを実データから示している。

また、坂井・渡辺 (2012) によると、日本の企業の成長率の分布も同様に以下の式で定義される分布に従うことが知られている。

$$P(g) = \frac{2V}{\sqrt{g^2 + 2V}(|g| + \sqrt{g^2 + 2V})} \quad (10)$$

V は以上の分布の分散を表すパラメータで、坂井・渡辺 (2012) を参考にして、0.5 とした。以上の分布は、 $g \rightarrow 0$ 付近ではラプラス分布に従い、 $g \rightarrow \infty$ ではべき分布で近似されることを意味している。また、規模の大きな企業は分布の中央に多く、分布のテールには規模の小さな企業の成長率が反映されている。

以上で述べた企業の成長率分布を基に、以下のフローで各企業は成長率を取得する。

1. 平均 0 の両側何 % の範囲から取得するか時刻 t における幅 $Breadth_t$ を決定する
2. 各企業ごとに、成長率の分布から $Breadth_t$ の幅で、累積密度関数 $P_t(g)$ を作成する (図 5)
3. 0 から 1 の範囲の乱数を発生させ、逆関数法を用いて、成長率 g_t を取得する (図 6)

$Breadth_t$ は式 11 によって決定される。

$$Breadth_t = \frac{1}{2\sqrt{size_t}} + a_{invest} BorrowingMoney_t \quad (11)$$

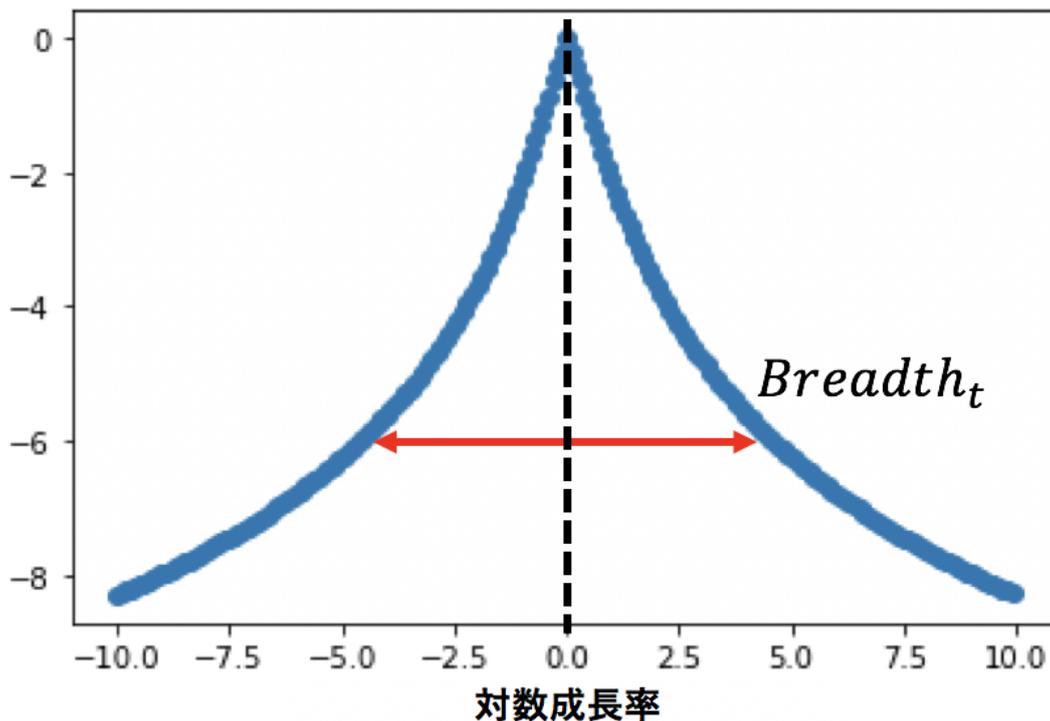


図 5 成長率の取得方法： $Breadth_t$ の幅

ここで、 $BorrowingMoney_t$ は時刻 t における各企業の借入額、 a_{invest} は投資額による $Breadth_t$ の幅の分散を表すパラメータで、 1.0×10^{-3} とした。

次に、図 5 に示すように、企業の成長率分布から平均 0 の両側 $Breadth_t$ の幅の値のみを取り出し、累積密度関数 $P_t(g)$ を作成する。さらに、0 から 1 の範囲の乱数を発生させ、図 6 に示すような逆関数法

を用いて，成長率 g'_t を取得する．

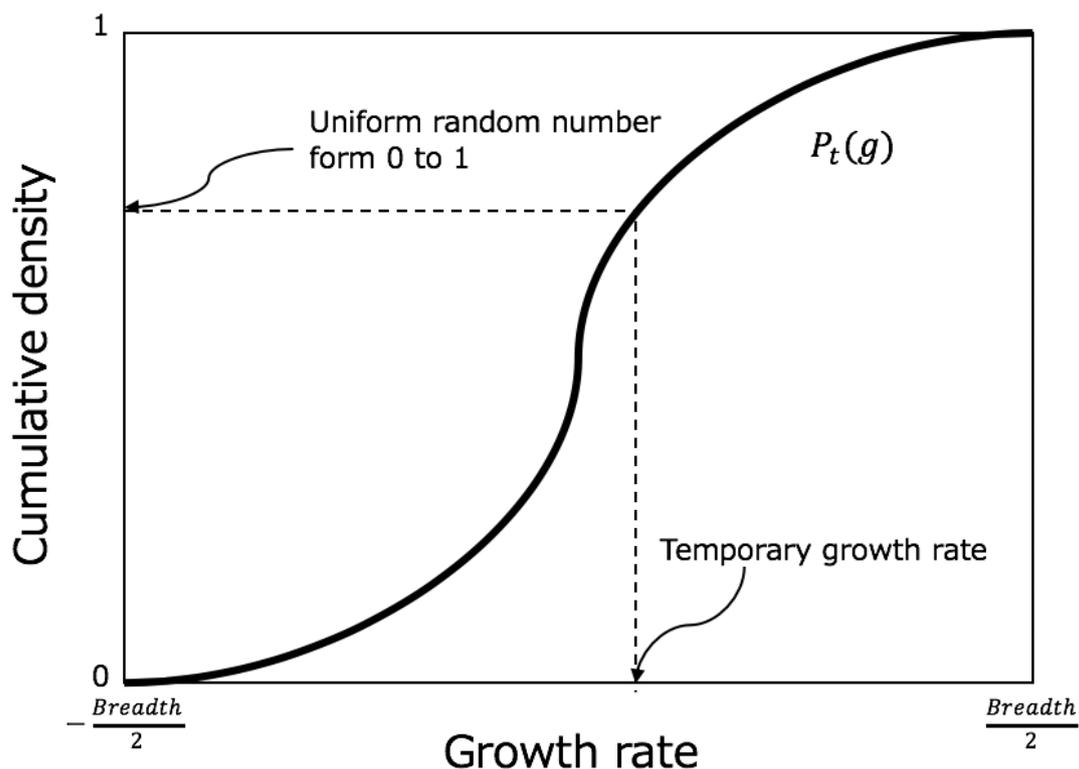


図6 成長率の取得方法：逆関数法

最後に，式 12 に示すように，時刻 t における借入の額 $BorrowingMoney_t$ に比例する項を g'_t に加算する．

$$g_t = g'_t + \ln(a_m BorrowingMoney_t) \quad (12)$$

ここで， a_m は投資額による成長率への正の影響を表すパラメータで， 5.0×10^{-3} とした．

式 12 は投資による成長の成功確率が失敗する確率よりも高いという仮定のもと，成長率の平均が投資の額によって正の方向へ移動することを意味している．

2.2.2 企業の貸出要求モデル

本モデルにおいて，銀行から企業への資金貸出は企業の規模拡大のための設備投資を想定しており，成長中の企業がさらなる事業拡大のために銀行に投資を要求する．この際，貸出を要求する条件としては，直近の3ヶ月連続で成長率が正である，すなわち3ヶ月連続で規模を拡大していることを条件とした．この条件に当てはまる銀行を貸出希望企業とし，前述の貸し手銀行とマッチングする．この時，貸し手の銀行はランダムな順番で呼び出されるが，貸出希望企業は規模の降順で呼び出されるものとした．また，毎月銀行から設備投資を受けるのは不自然であるため，1度投資を受けた企業は1年間貸出希望企業には入れないという制約も設けた．

2.3 株式市場

本モデルには株式市場が存在し、40種類の株式が各銀行と1000体のトレーダーによって売買されている。この売買には鳥居らのモデル(鳥居他, 2015)を使用していて、各銀行はその株式銘柄の本質的な価値と市場価格との乖離と値動きのトレンドを見て取引を行う。

株式 s の時刻 t における市場価格 p_t^s は式 13 によって決定される。

$$p_t^s = p_{t-1}^s + \alpha(n_{buy,t-1}^s - n_{sell,t-1}^s) \quad (13)$$

$n_{buy,t}^s$ は時刻 t における株式 s の購入注文数量、 $n_{sell,t}^s$ は時刻 t における株式 s の売却注文数量を表している。需給の差と成長率に比例して価格が変動するモデルとなっている。 α は需給の差の影響を統制する定数であり、今回は全ての実験において一定の 0.5 としている。

■**売買アルゴリズム** 株式の売買アルゴリズムについて述べる前に、市場価格とは別に理論価格を 14 式で求める。ここで、理論価格とは該当株式の市場で売られている価格とは異なり、その株式の本質的な価値を表す価格である。理論価格はトレーダーごとの予想としてではなく、各トレーダー共通の値として、14 式により外生的に算出される。株式 s の理論価格は平均 μ_{s^*} 、分散 $(\sigma_{s^*})^2$ の多変量幾何ブラウン運動にしたがうモデルとした(鳥居他, 2015)。 $\mu_{s^*}, (\sigma_{s^*})$ はそれぞれ鳥居らを参考に 0.02, 0.25 とした。

$$p_t^{s^*} = p_{t-1}^{s^*} + \mu_{s^*} p_{t-1}^{s^*} + \sigma_{s^*} p_{t-1}^{s^*} \Delta W_{t-1}^{s^*} \quad (14)$$

ここで、 $\Delta W_{t-1}^{s^*}$ は標準正規分布に従う乱数である。

銀行と各トレーダーは以下に示す 3 つの項の重み付き平均によって計算される式 15 を用いて対数期待リターンを決定する。

$$\hat{r}_t^{i,s} = \frac{1}{w_F^i + w_C^i + w_N^i} (w_F^i F_t^{i,s} + w_C^i C_t^{i,s} + w_N^i N_t^{i,s}) \quad (15)$$

式 15 において、 w_F^i, w_C^i, w_N^i はそれぞれファンダメンタル項、テクニカル項、ノイズ項の重みである。各重みは銀行と各トレーダーごとに乱数を用いて与えており、どの項を重視するかという戦略を意味する値となっている。

1. ファンダメンタル項

この項では、理論価格と市場価格の乖離をもとに将来の価格が予測される。

$$F_t^{i,s} = \frac{1}{\tau^{s^*}} \ln \left(\frac{p_t^{s^*}}{p_t^s} \right) \quad (16)$$

式 16 において、 $F_t^{i,s}$ は時刻 t における銀行 i の株式 s に対するファンダメンタル項、 $p_t^{s^*}, p_t^s$ は時刻 t における株式 s の理論価格と市場価格、 τ^{s^*} は平均回帰速度を表しており、鳥居他(2015)を参考に 100 とした。平均回帰速度は市場価格が理論価格から乖離した時に理論価格の値に戻る速度である。

16 式の意味合いとしては、現在の市場価格が本来の企業の価値を表す理論価格よりも高ければ、将来的に理論価格まで回帰するという仮定のもと得られるリターンを計算している。

2. テクニカル項

この項では、現在までの市場価格が上昇または減少している傾向にあるかを考え将来の価格を予測している。

$$C_t^{i,s} = \frac{1}{\tau} \sum_{j=1}^{\tau} \ln \frac{p_{t-j}^s}{p_{t-j-1}^s} \quad (17)$$

17 式では、 $C_t^{i,s}$ は時刻 t における銀行 i の株式 s に対するテクニカル項、 p_t^s は時刻 t における株式 s の市場価格 τ は市場価格を取得する過去の期間を表している。 τ は鳥居他 (2015) を参考に 50 とした。

3. ノイズ項

時刻 t における銀行 i が保有する株式 s のノイズ項 $N_t^{i,s}$ は平均 0、標準偏差 σ_ϵ の正規分布に従う。 σ_ϵ は鳥居他 (2015) を参考に 1.0×10^{-3} とした。

以上の対数期待リターンと式 18 を用いて、時刻 $t+1$ における期待価格 $\hat{p}_{t+1}^{i,s}$ が計算される。

$$\hat{p}_{t+1}^{i,s} = p_t^s \exp(\hat{r}_t^{i,s}) \quad (18)$$

この期待価格 $\hat{p}_{t+1}^{i,s}$ と市場価格 p_t^s を比較し、期待価格 $\hat{p}_{t+1}^{i,s}$ が大きければ 1 株買う注文を出し、市場価格 p_t^s が大きければ 1 株を売る注文を出す。銀行と各トレーダーは上記のアルゴリズムにしたがって株式を売買の注文を出し、ランダムにマッチングした後、実際に売買を行う。マッチングで選ばれなかった銀行・トレーダーは取引を行うことができない。

2.3.1 債券

本実験のモデルより、新たに流通市場での債券の取引をモデルに導入した。

債券について、日本における売買取引のあり方としては、買い手と売り手が直接取引を行う相対取引が主流である (久保田, 2011)。また、岩井 (2015) によると、アメリカにおける債券の流通市場においても、ほぼ全ての取引が店頭市場における個別相対取引により行われる。

以上の特徴を踏まえ、本モデルでは債券については市場取引は行わず、銀行同士の相対取引で行うものとした。債券を買い手と売りたい銀行を、銀行の行動モデルで述べたアルゴリズムでマッチングさせ、取引量を定めるものとした。

また、久保田 (2011) にあるように、複雑なケースを除き、債券と株式は一般的に需給に逆相関があるという仮定のもと、債券の市場価格 p_t は 13 式をもとにし、19 式で決定するものとした。

$$p_t = p_{t-1} - \alpha_{bond} \sum_{s \in MA} (n_{buy,t-1}^s - n_{sell,t-1}^s) \quad (19)$$

ここで、 $n_{buy,t}^s$ は時刻 t における株式 s の購入注文数量、 $n_{sell,t}^s$ は時刻 t における株式 s の売却注文数量を表している。 α_{bond} は需給の差の影響を統制する定数であり、今回は 1.0×10^{-4} としている。また、MA は 40 種類全ての株式の集合である。

相対取引は買い手と売り手の当事者間のみで行われる取引であるため、市場で売られている債券の価格には影響を与えない。よって、債券の相対取引における取引量が債券の市場価格に影響を与えることはなく、株式の需給の逆相関で決定されるものとした。また、相対取引での取引金額は市場価格と同じ値段で取引するものとした。

本モデルでは、この債券を満期が10年の国債として扱い、市場価格の初期値は98とした。

2.3.2 金利

2.3.1節で述べた債券の市場価格をもとに、時刻 t における10年物の国債利回り $rate_t$ を式20で求める。

$$rate_t = \frac{face}{p_t} - 1.0 \quad (20)$$

ここで、 $face$ は額面価格のことであり、ここでは100とした。また、 p_t は時刻 t における10年国債の価格である。

10年債を基準とした各利率の推定の手法については、2010年から2019年までの10年分の預金、銀行間、プライムレート、国債のクーポンレートについての値をそれぞれ日本銀行ホームページ³⁾、⁴⁾日本銀行時系列統計データ検索サイト⁵⁾から取得し、後述の手法で回帰を行った。

各金利に対して、2次の回帰分析を行い、10年国債の金利を x とした時に、

$$[各金利] = a_2x^2 + a_1x + a_0 \quad (21)$$

に代入して各金利を求めることができるように、 a_i ($i = 0, 1, 2$) の値を求めた。表1にその値を示す。

表1 回帰により求めた金利の係数

	a_2	a_1	a_0
預金金利	0.988	6.22×10^{-7}	9.20×10^{-5}
銀行間貸出金利	6.14×10^{-6}	0.398	7.63×10^{-3}
プライムレート	7.17×10^{-7}	0.403	9.50×10^{-3}
クーポンレート	1.00	0.995	3.07×10^{-4}

2.3.3 価格の暴落

本実験では、価格の暴落のような金融ショックが起こる有事の際について、シミュレーションを行い分析する。現行の有価証券の計上方法では銀行のバランスシート上は50%程度以上の購入平均価格か

³⁾ <https://www.boj.or.jp/statistics/dl/loan/yaku/index.htm>を参照した

⁴⁾ <https://www.boj.or.jp/statistics/dl/loan/prime/prime.htm>を参照した

⁵⁾ <https://www.stat-search.boj.or.jp/index.html>を参照した

らの値下がり確認された時に初めて、時価で有価証券の価値計算を再計算する。そのため、価格を徐々に下げるのではなく、あるステップで40銘柄中10銘柄をその株式会社が倒産したと仮定し、時価を0として、バランスシートにも計上するものとした。

3 シミュレーション

3.1 実験の目的

現在日本では低金利の状態が続いており、貸出による利子収入のみでは経営が成り立たないため、株式投資のリスクを負うものや有価証券に占める株式の割合を増やす銀行が確認されている(金融庁, 2018)。以上のような銀行が増加する中で、利益目的の株式投資を行ったことによる大きな問題は現状起こっていないが、欧米において進行している金融政策正常化などの過程で予期せぬ市場変動が発生した場合、有価証券運用に関連して多額の損失を追うこととなり、財務の健全性を損なうリスクが高まる懸念されている(金融庁, 2018)。

そこで、前述のモデルを用い、銀行が株式を多く保有することで、現状大きな問題は起こっていないが、有事の際にはどのような影響があるのかについて調べるために実験を行う。具体的には、銀行の株式保有に対する2つのパラメータ、1. 株債比率、2. 株式投資の選好度を変化させ、金融ショックが起こった時の銀行の破綻数や個別の試行についてどのように破綻が起こったか等を分析する。

3.2 1 試行のフロー

本実験における1試行のフローを図7に示す。

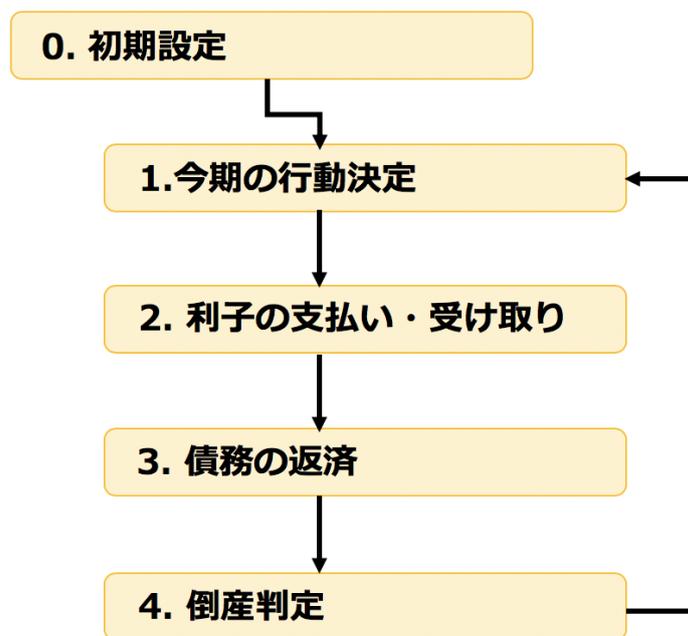


図7 銀行の1試行のフロー

まずはじめに、銀行の貸借ネットワーク、バランスシート、企業の情報、有価証券の価格についての初期設定を行う。

次に、銀行は 2.1.4 節で示したフローチャートに基づき、今期の行動を決定する。その後、利子の支払いと受け取りを済ませ、費用を支払う。次に、今期返済すべき債務がある銀行については、借入先の銀行に現金を返し、最後に破綻判定を行う。

図 7 の 1. から 4. の一周を 1 ステップとし、現実世界の 1 ヶ月と対応するものとした。実験の 1 試行では、60 ステップ、すなわち 5 年間シミュレーションを行ったのち、2.3.3 節に示した金融ショックを与える。その後 24 ステップシミュレーションを行い、最終ステップにおける銀行の破綻数を調べた。

3.3 パラメータ

本実験におけるパラメータは 2 つである。なお、各パラメータにつき 20 試行ずつシミュレーションを行い、その結果を分析する。

1. 初期状態における銀行が保有する株式と債券の割合
2. 銀行の行動選択における貸出か株式投資かの選好度

■株債比率 初期設定で各銀行のバランスシートを作成する際に、有価証券の額のうち株式と債券が占める割合を 1 つ目のパラメータ α とする。このパラメータ α は株式 1 に対して債券がどれだけの割合かを表す値とし、例えば α が 5.0 の時、債券と株式の比は 5:1 となる。

α として用いる値を表 2 に示す。

表 2 α のパターン

α	0.5	1.0	3.0	5.0	7.0	9.0
----------	-----	-----	-----	-----	-----	-----

■銀行の行動選好 2 つ目のパラメータは 2.1.4 節の中で述べた β である。 β は貸し手として選ばれた銀行のうち、今期得た現金を企業や銀行への貸出に回すか、株式の購入に回すかの選好を表すパラメータであり、貸し手銀行のうち企業や銀行への貸出に資金を回す者の割合を表している。 β として用いる値を表 3 に示す。

表 3 β のパターン

β	0.1	0.3	0.5	0.7	0.9
---------	-----	-----	-----	-----	-----

例を挙げると、 β が 0.1 の時は貸し手銀行のうち 1 割が現金の貸出を行い、残りの 9 割は稼いだ現金で株式を購入するというようなパラメータである。

4 結果と考察

4.1 銀行の破綻数

最終ステップにおける銀行の破綻数の平均をまとめたものが表4と図8である。

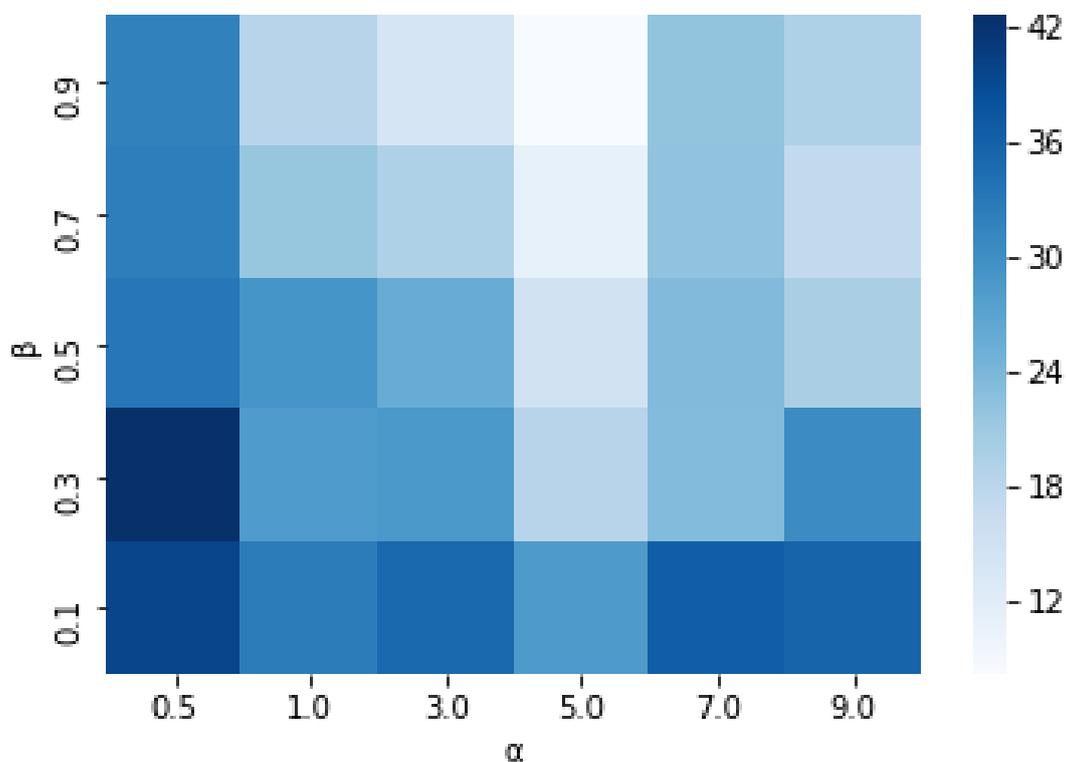


図8 最終ステップにおける銀行の平均破綻数のヒートマップ

表4 最終ステップにおける銀行の平均破綻数

		α					
		0.5	1.0	3.0	5.0	7.0	9.0
β	0.9	31.90	18.55	14.15	8.25	22.20	19.4
	0.7	32.35	21.80	19.30	10.95	22.25	17.2
	0.5	33.25	29.30	25.75	14.85	23.60	19.8
	0.3	42.60	28.25	28.70	18.50	23.45	30.4
	0.1	39.80	32.55	35.15	28.45	36.55	35.76

図8を見ると、 α, β ともにその値が増加するにつれて、銀行の破綻数が減少する傾向にある。しかし、その傾向が見られない部分も一部あるので、例として α が0.5と9.0、 β が0.1と0.9の時を詳しく分析する。

α が 0.5 の時の銀行の最終的な破綻数を図 9 に示す.

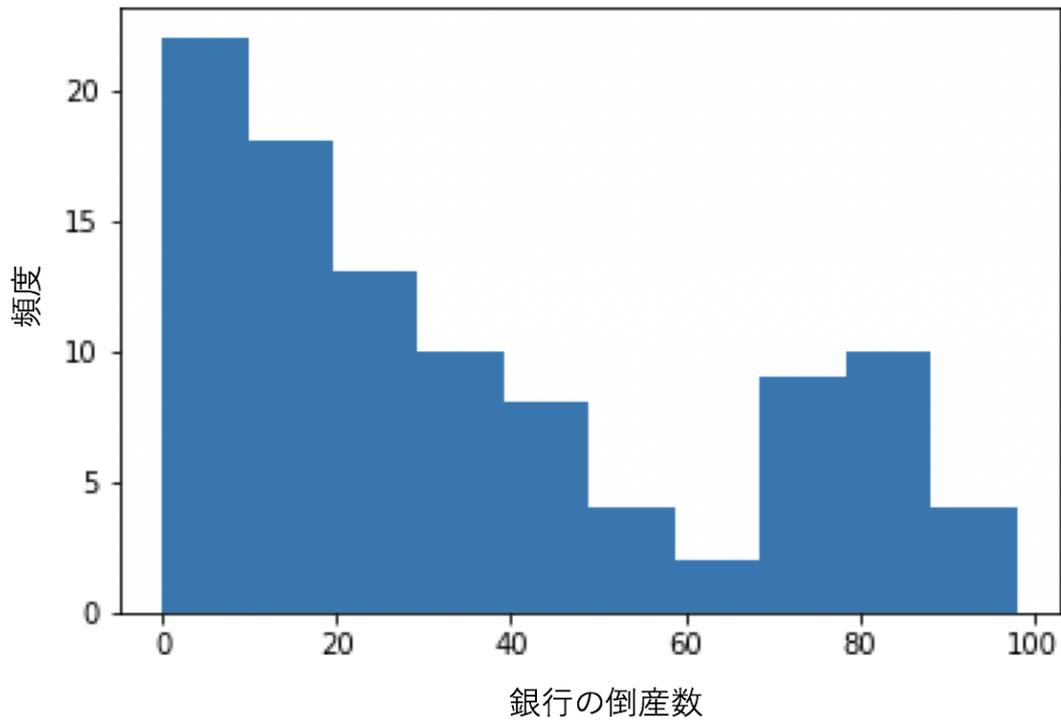


図 9 $\alpha = 0.5$ の時の銀行の破綻数のヒストグラム

図 9 を見ると, 銀行の破綻数は 0 付近でピークとなっており, 破綻数が増加するにしたがって, その頻度は低下しているが, 破綻数が 80 の付近でもう 1 つのピークが存在している.

この二山型の分布となる理由を調べるために, 各試行ごとにおける銀行の破綻数の推移を確認する. α が 0.5, β が 0.1 の時について, 20 試行分の銀行の破綻数の推移を図 10 に示す.

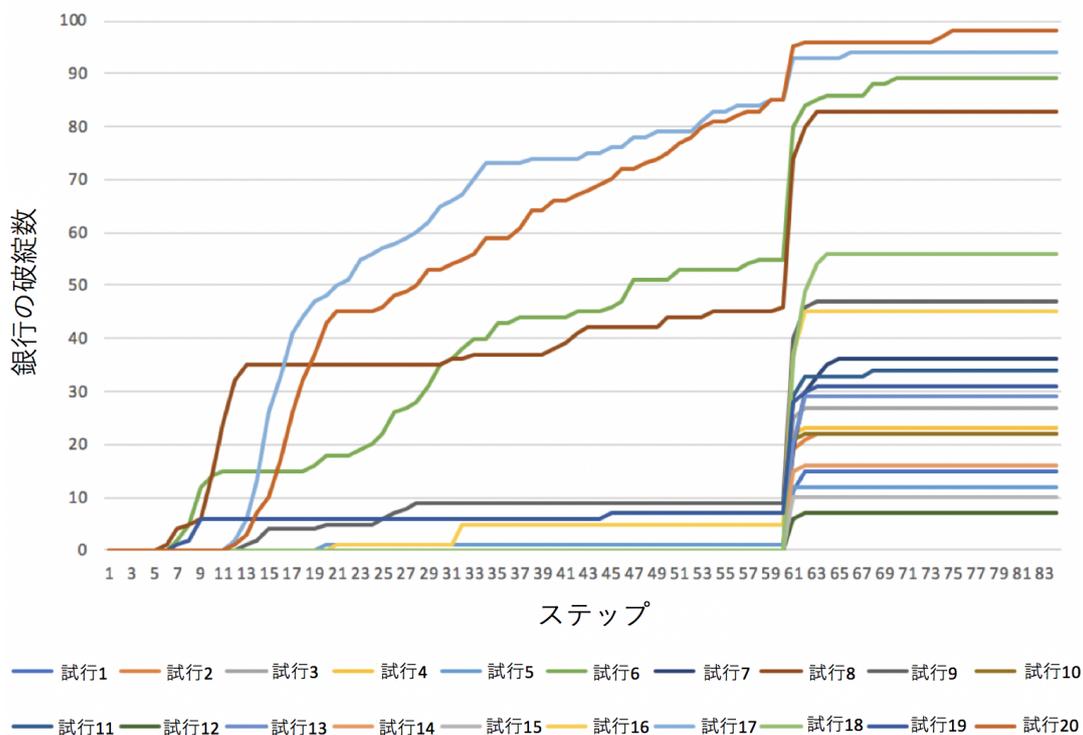


図 10 各試行における銀行の破綻数の推移 ($\alpha = 0.5, \beta = 0.1$)

図 10 を見ると、外生的に金融ショックを与える 60 ステップ目を迎える前に、4 つの試行において約半数以上の銀行が破綻してしまっていることが分かる。

これらの試行で多くの銀行が破綻している原因は利率の低さにある。今回、利率のベースは株式価格と逆相関で値動きする債券の利回りを元にするモデルとしていたため、低金利となってしまうケースが存在し、その時にはどれだけ資金繰りを行ったり株式投資を行っても費用分の採算を取ることができず、破綻してしまっただと考えられる。

これらの事象は ($\alpha = 0.5, \beta = 0.9$) のケースに限られたものではなく、パラメータの端点である ($\alpha = 0.5, \beta = 0.1$), ($\alpha = 9.0, \beta = 0.1$), ($\alpha = 9.0, \beta = 0.9$) の他 3 ケースについても、同様の事象が図 11, 図 12, 図 13 よりも確認できる。

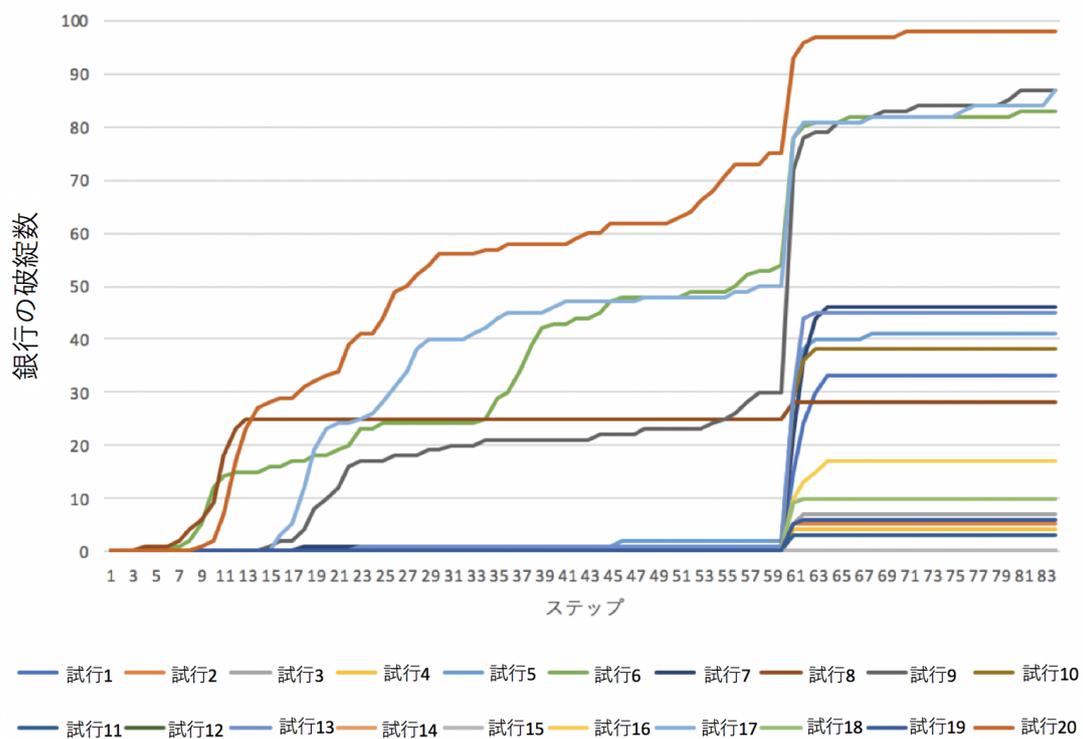


図 11 各試行における銀行の破綻数の推移 ($\alpha = 0.5, \beta = 0.9$)

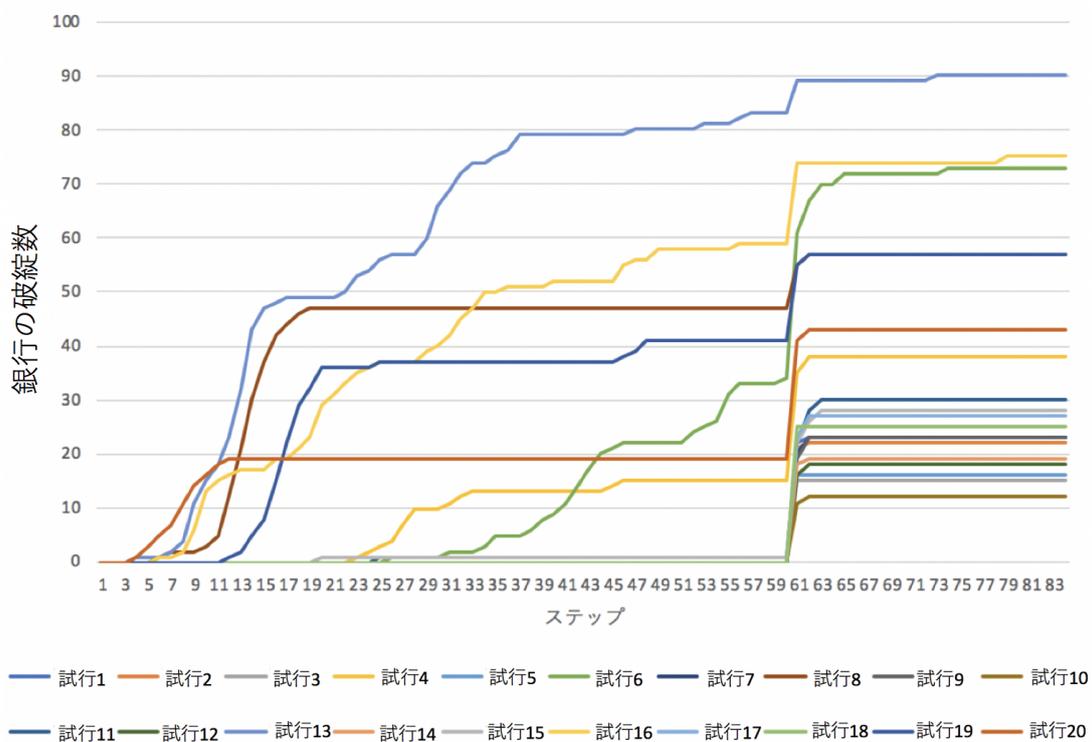


図 12 各試行における銀行の破綻数の推移 ($\alpha = 9.0, \beta = 0.1$)

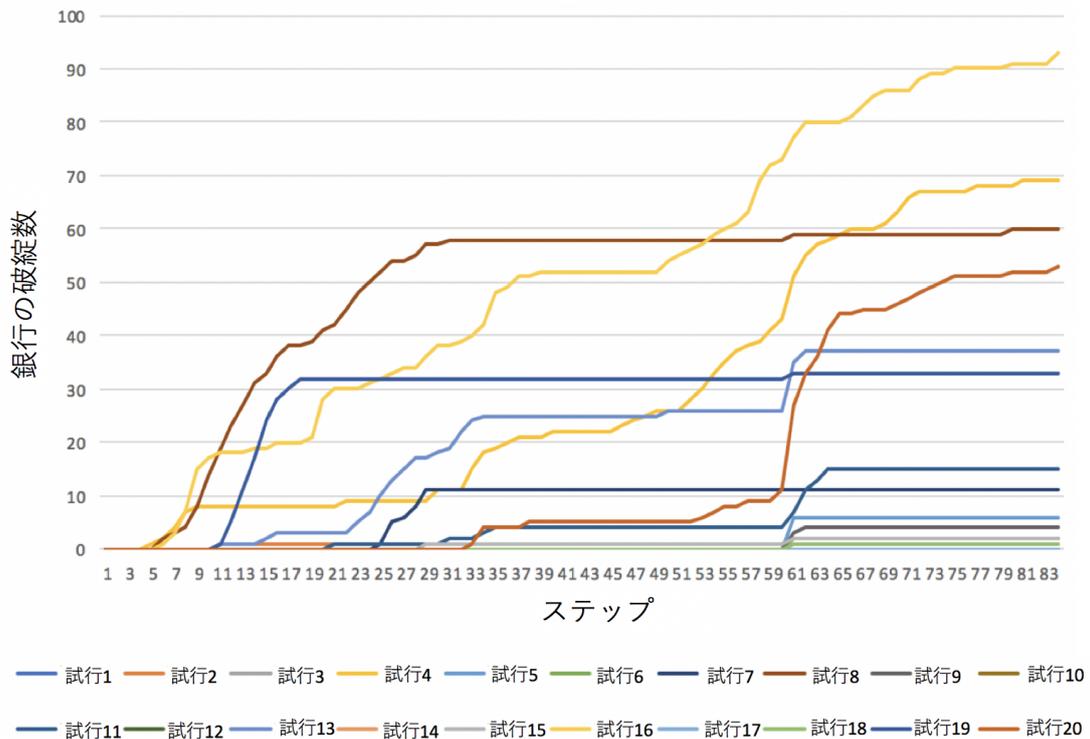


図 13 各試行における銀行の破綻数の推移 ($\alpha = 9.0, \beta = 0.9$)

よって、ここまでをまとめると、各試行には銀行の経営が成り立たない低金利のケースが混ざっており、今回調べたい純粋な株式の価格暴落による銀行への影響を見るために、この低金利のケースを除外する。今回除外する対象としたのは、金融ショックを迎える 60 ステップの直前である 59 ステップ時点で破綻数が 5 行を超えているケースであり、これらを除いて最終的な破綻数の平均を計算しまとめたものが図 14、表 5 である。

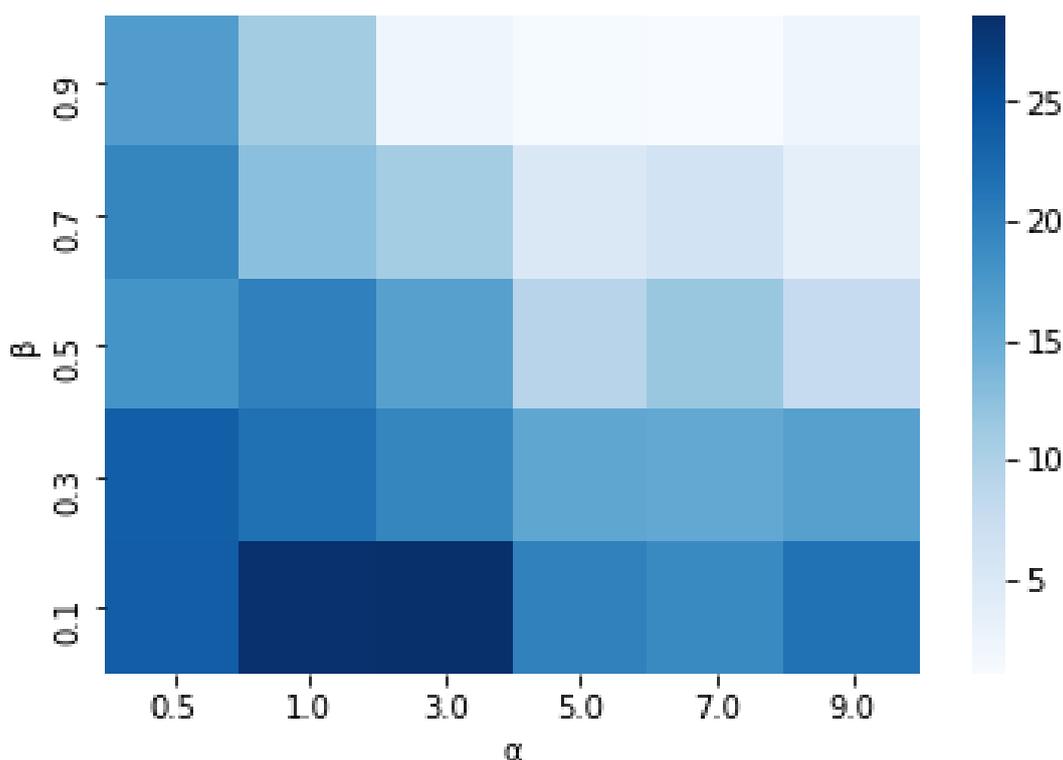


図 14 金融ショックによる銀行の平均破綻数のヒートマップ

表 5 金融ショックによる銀行の平均破綻数

		α					
		0.5	1.0	3.0	5.0	7.0	9.0
β	0.9	17.00	11.00	2.44	1.39	1.08	2.46
	0.7	19.57	12.73	10.94	5.06	6.29	3.67
	0.5	18.00	20.06	16.44	9.24	11.75	8.0
	0.3	23.50	21.71	19.56	5.83	15.50	16.60
	0.1	23.77	28.39	28.53	20.00	19.07	21.62

図 14 を見ると、 α が増加するにつれて、平均破綻数は減少し、また、 β が増加するにつれても銀行の平均破綻数は減少した。

その一方で、 α が 0.5 の時には多少の減少傾向も見られるが、平均破綻数が大きく変化することはなかった。これは、初期状態で株式と債券の比率が 2:1 という高い割合で株式を保有していたため、金融ショックで暴落する株式を最初から持っていた銀行が破綻に追い込まれてしまったためだと考えられる。

よって、 α が減少し、有価証券に占める株式の割合が増加した事や β が減少し、銀行が余剰資金を株式投資に回すようになった事によって、後に破綻してしまう企業の株式を購入する確率が増加した事が図 14 における銀行の破綻数の変化の原因だと言える。これを現実世界で考えると、倒産、またはそれ

に近い水準まで株価が急落するような株式を持たないようにする事が破綻の回避に繋がり、そのために株式のリスク評価や複数の有価証券を組み合わせたポートフォリオ運用等のリスクヘッジが必要である事が示唆される。

4.2 流動性破綻についての考察

ここで、各パラメータごとの流動性破綻数に着目する。

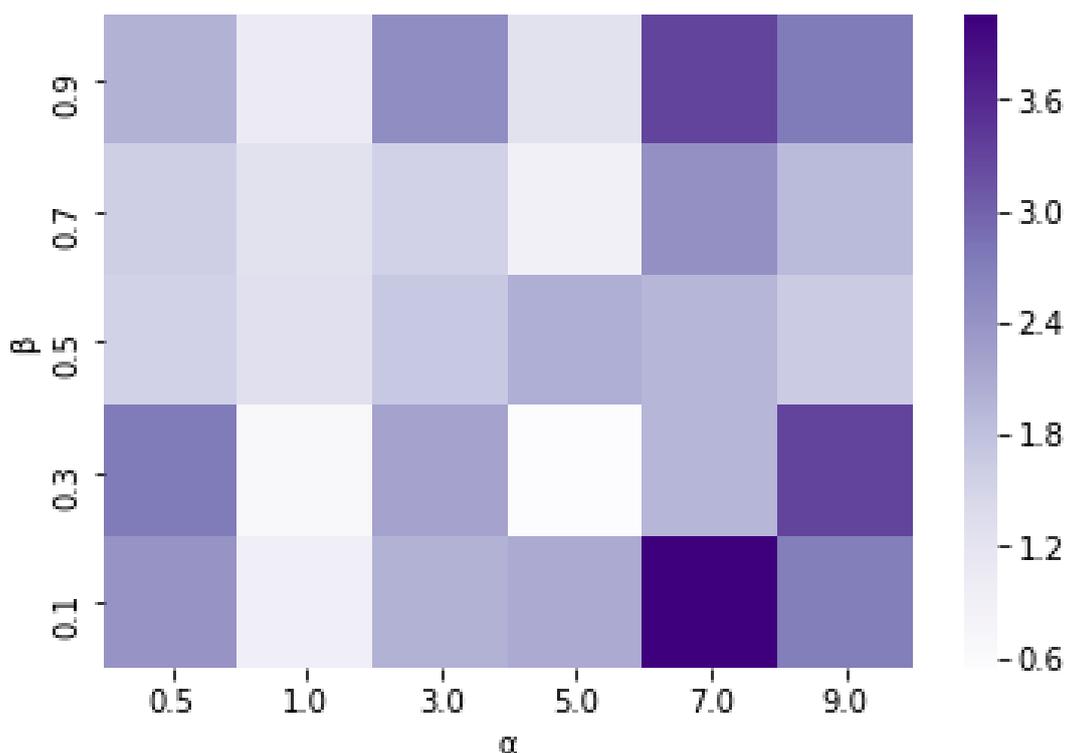


図 15 最終ステップにおける銀行の平均流動性破綻数のヒートマップ

表 6 最終ステップにおける銀行の平均破綻数

		α					
		0.5	1.0	3.0	5.0	7.0	9.0
β	0.9	2.00	1.05	2.50	1.25	3.30	2.75
	0.7	1.60	1.25	1.55	0.90	2.45	1.90
	0.5	1.55	1.30	1.70	2.05	1.95	1.65
	0.3	2.75	0.70	2.20	0.55	1.95	3.30
	0.1	2.40	0.95	2.00	2.10	4.05	2.70

図 15 と表 6 を見ると、各パラメータ α, β が変動することによる流動性破綻数の明確な差異を確認することができなかった。 α が減少する、すなわち、有価証券の項目における債券の割合を減らしても、

債券が足りなくなり現金化できず、倒産してしまうといった事態になることはないということが言える。

実際に満期になった借入金を返済することができず流動性破綻が起こっているケースを確認してみると、返済ができなかった理由としては、銀行が債券を売り切ってしまったためではなく、債券を購入してくれる相手銀行がいなかったためであった。これは、図3に示した、貸し手銀行か借り手銀行かに振り分ける際に貸し手銀行に振り分けられる銀行が少なかったためであると推測される。実際に一例としてあげると、ある銀行が流動性破綻したステップにおける振り分けは貸し手銀行が2行、借り手銀行が39行、債券を売る銀行が59行という結果であった。流動性破綻した銀行は貸し手銀行の2行が購入できる分の債券を売ったが、返済に必要な現金を準備することができず流動性破綻していた。

次に、貸し手銀行が少なかった理由について考察する。まず、図3にあるとおり、1番目の条件として各銀行は3ヶ月以内の返済があるかどうかで振り分けられ、返済がある銀行は借り手銀行となる。また、3番目の条件の流動性カバレッジ比率が100%以上かどうかでは、前述のケースにおいて全ての銀行がこの条件を満たしていた。よって、今期の現金変動が負になっている銀行が多かったため、貸し手銀行の数が減少したと考えられる。現金変動が負となるケースについては、銀行の現金の収支は貸出借入の返済がない場合、貸出による利子収入と費用による支出で決まるが、費用は実データに基づく分布から乱数として取得しているため、利子収入が十分ではない時に発生すると考えられる。

ここで、以上をまとめると、利子収入が十分ではない場合に、各銀行の現金変動が負となる割合が増大し、貸し手銀行が減少した。その結果、返済すべき現金を持っていない銀行が現金を調達するために債券を売る相手を見つけることができず、流動性破綻したという仮説が考えられる。

以上の仮説を確かめるために、株債比率が5:1、すなわち α が5.0の時、かつ余剰資金を株式投資と貸出のどちらに回すかのパラメータ β が0.5の時において、利率が高い時と低い時を想定し、ランダムウォークで外生的に与えられる債券価格の初期値をこれまでは98としていたが、95から101まで1刻みでそれぞれ100試行行い、その時の流動性破綻数を調べる。この際、本モデルにおいて利率の基準である10年債の利回りは20式で求めるため、債券価格の初期値が95のケースは利率水準が高いケースを、101のケースは利率水準が低いケースを意味している。結果は以下のとおりである。

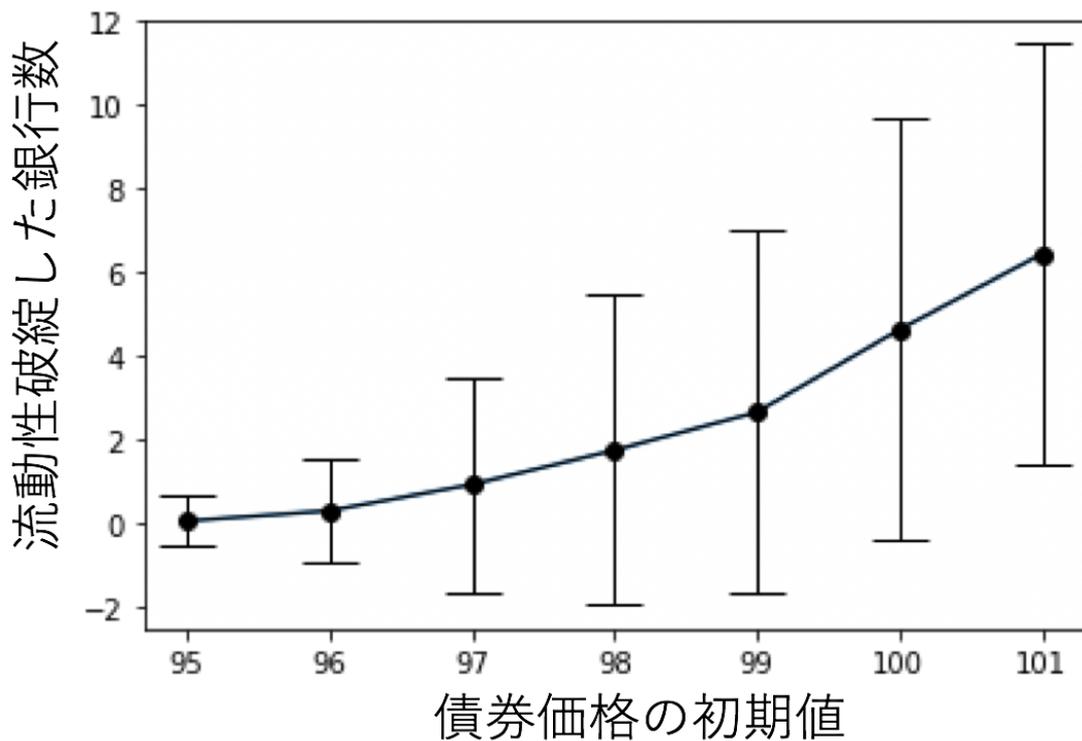
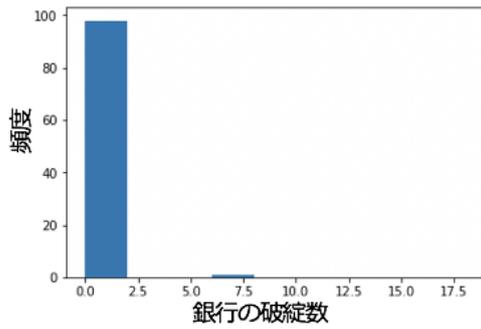


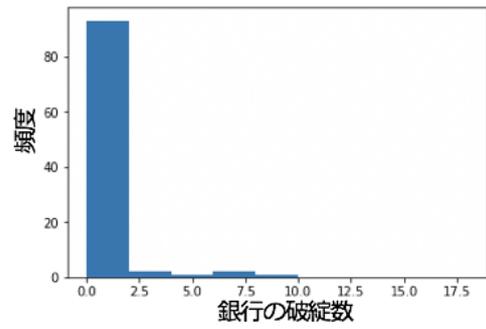
図 16 債券価格の初期値を変化させた時の流動性破綻数の変化

図 16 のように、債券価格の初期値が減少し、利子水準が上昇するにつれて、銀行の流動性破綻数が減少することがわかった。この結果より、前述の仮定が正しかったことが示され、現実にも利子水準が低くなっている時には流動性破綻が起りやすく、銀行単位では利子収入を増加させる施策を行う必要があり、さらに俯瞰的な目線では債券を売って現金化しやすいような仕組みを整えておくことが流動性破綻への対策になることが示唆される。

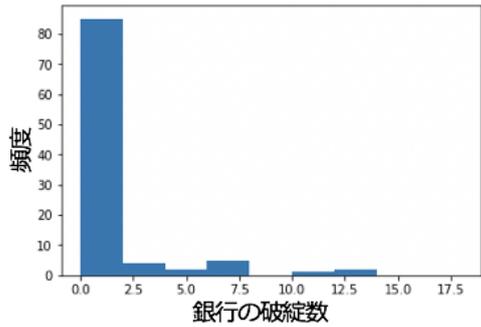
また、図 16 において、エラーバーが大きくなった理由は、図 17 に示すように、どの銀行も流動性破綻しない試行とある程度流動性破綻する試行に分かれることで、流動性破綻数の分布が二峰性を持つ分布となるためである。



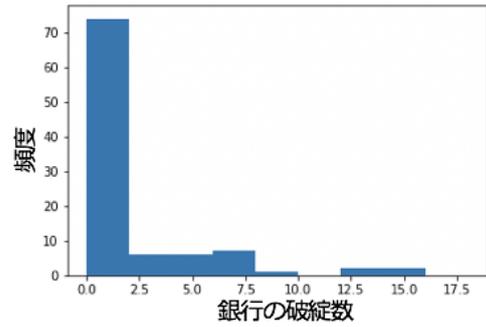
(債券価格の初期値が95の時)



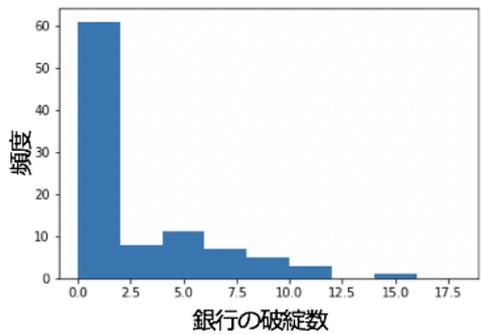
(債券価格の初期値が96の時)



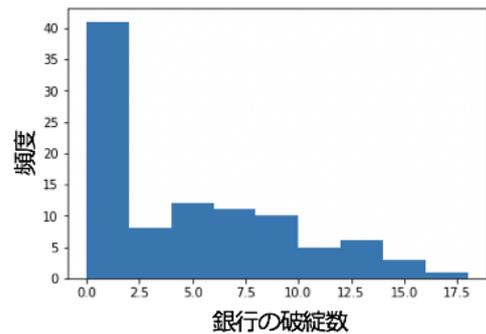
(債券価格の初期値が97の時)



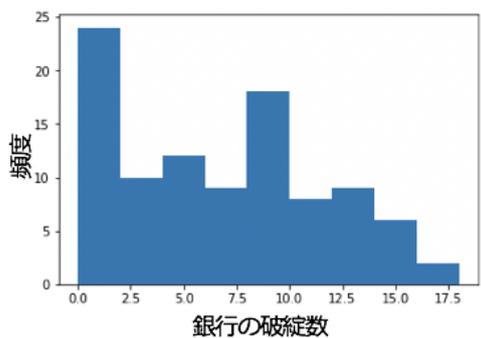
(債券価格の初期値が98の時)



(債券価格の初期値が99の時)



(債券価格の初期値が100の時)



(債券価格の初期値が101の時)

図 17 債券価格の初期値を変化させた時の流動性破綻数の分布

5 まとめと今後の展望

5.1 まとめ

本研究では、システミックリスクの分析を行うために、銀行・企業・金融市場の相互作用を考慮した連成モデルを作成し、現在日本国内で報告されている銀行が株式を多く保有することの是非を調べるための実験を行った。

パラメータとしては、1. 有価証券に占める株式と債券の比率、2. 銀行が余剰資金を貸出に回すか株式を購入するかの選好の2つを変化させ、金融ショックが起こった時の銀行の破綻数を分析した。

結果としては、銀行の経営が成り立たないほどの低金利のケースを除外し、金融ショックによる影響でのみ破綻した銀行の数を調べたところ、有価証券に占める株式の割合が増え、株式を購入する銀行が増えるほど、破綻数は増加した。これは上記のパラメータ変化によって、後に価格が暴落する株式を購入する確率が增大したためだと考えられる。よって、現実世界での示唆としては、購入する株式のリスク評価を適切に行い、リスクヘッジした適切なポートフォリオでの有価証券運用が必要であるということが言える。

また、流動性破綻数については、上の2つのパラメータによる影響はなく、利率水準が影響を与えていることが分かった。利子水準が低くなることで、債券を買ってくれる相手が減少し、売る相手が見つけれず、流動性倒産している例が個別の事例を分析する中で確認された。よって、有価証券に占める株式と債券の割合を変化させ、保有債券を減らしても、銀行にとって債券が不足することはなく、ボトルネックになるのは債券を購入する金融機関の数だということが言え、債券を容易に換金できる環境整備や利子収入の増加が流動性破綻への対策になることが示唆された。

5.2 今後の展望

今後の展望としては、企業のより高度なエージェント化が考えられる。各企業についても、本モデルの銀行同様にバランスシートを与え、経済状態から企業の行動を考えることができるようになると、銀行と企業の相互作用についてもより深い考察を行うことができるようになる。また、中央銀行をモデル内に組み込むことで、破綻寸前の銀行への救済などについても示唆を得られる。

また、このフレームワークを1つの国家として、図18のように複数国家間での相互作用を考えることができると、国をまたぐ、市場の影響や貿易などより複雑な事象についてもシミュレーション実験を行うことができる。

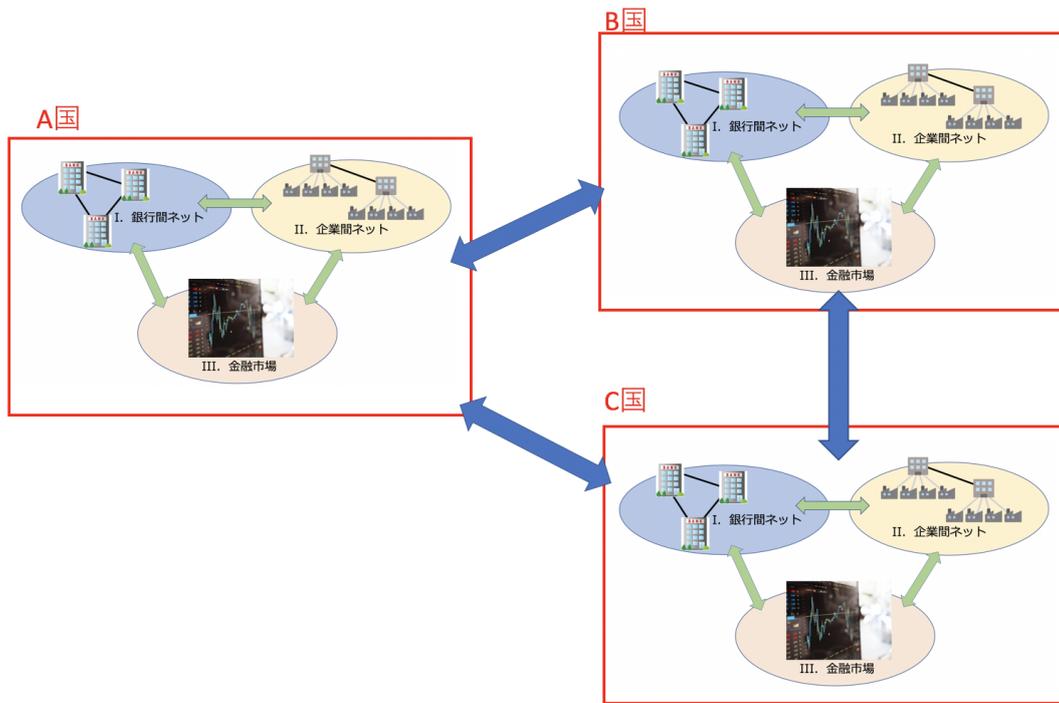


図 18 将来の展望: 複数国家間でのモデル

さらに、銀行間のネットワーク形状は今回コアペリフェラルネットワークの一種類のみであったため、このネットワーク形状が変化した時の影響についても調べる必要がある。

参考文献

- Allen, Franklin and Douglas Gale (2000) "Financial contagion," *Journal of political economy*, Vol. 108, No. 1, pp. 1–33.
- Artzner, Philippe, Freddy Delbaen, Jean-Marc Eber, and David Heath (1999) "Coherent measures of risk," *Mathematical finance*, Vol. 9, No. 3, pp. 203–228.
- King, Peter and Heath Tarbert (2011) "Basel III: an overview," *Banking & Financial Services Policy Report*, Vol. 30, No. 5, pp. 1–18.
- Ohnishi, Takaaki, Hideki Takayasu, and Misako Takayasu (2010) "Network motifs in an inter-firm network," *Journal of Economic Interaction and Coordination*, Vol. 5, No. 2, pp. 171–180.
- Stanley, Michael HR, Luis AN Amaral, Sergey V Buldyrev, Shlomo Havlin, Heiko Leschhorn, Philipp Maass, Michael A Salinger, and Eugene H Stanley (1996) "Scaling behaviour in the growth of companies," *Nature*, Vol. 379, No. 6568, p. 804.
- 安藤美孝 (2004) 「ヒストリカル法によるバリュエーション・リスクの計測: 市場価格変動の非定常性への実務的対応」, 『金融研究』, 第 23 巻, 第 2 号, 1–42 頁.
- 羽森直子 (2013) 「ユーロ危機の原因」, 『流通科学大学論集. 経済・情報・政策編』, 第 22 巻, 第 1 号, 99–123 頁.
- 永田裕司 (2013) 「システミック・リスクと金融の脆弱性」, 『福岡大学商学論叢』, 第 57 巻, 第 3-4 号, 253–272 頁.
- 岩井宣章 (2015) 「わが国債券流通市場構造の近時の特徴を探る (公社債市場の変遷を辿る)」.
- 久保田博幸 (2011) 『債券と国債のしくみがわかる本』, 技術評論社.
- 橋本守人・倉橋節也 (2017) 「資金取引ネットワークモデルに基づく連鎖破綻リスク分析」, 『人工知能学会論文誌』, 第 32 巻, 第 5 号, B-H21_1 頁.
- 金融庁 (2018) 「地域銀行有価証券運用モニタリング中間とりまとめ」.
- 国際決済銀行 (2006) 「Basel II: International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards: A Revised Framework—Comprehensive Version」.
- 今久保圭・副島豊 (2008) 「コール市場の資金取引ネットワーク」, 『金融研究』, 第 27 巻, 第 2 号, 47–100 頁.
- 坂井功治・渡辺努 (2012) 「企業成長率分布の統計的性質と含意」, 『経済学論集』, 第 78 巻, 第 3 号, 2–13 頁.
- 前野義晴 (2013) 「金融システムを安定化する最適な投融資ポートフォリオと銀行間ネットワーク」, 人工知能学会金融情報学研究会.
- 鳥居拓馬・中川勇樹・和泉潔 (2015) 「複数資産人工市場を用いた裁定取引によるショック伝搬の分析」, 『人工知能学会全国大会論文集 2015 年度人工知能学会全国大会 (第 29 回) 論文集』, 1J4OS13a2–1J4OS13a2 頁, 一般社団法人人工知能学会.