



日本取引所グループ
JAPAN EXCHANGE GROUP

JPX WORKING PAPER

JPXワーキング・ペーパー

人工市場シミュレーションを用いた
取引システムの高速度化が価格形成に与える影響の分析

水田 孝信
則武 誉人
早川 聡
和泉 潔

2015年3月31日

Vol. 9

備考

JPX ワーキング・ペーパーは、株式会社日本取引所グループ及びその子会社・関連会社（以下「日本取引所グループ等」という）の役職員並びに外部研究者による調査・研究の成果を取りまとめたものであり、学会、研究機関、市場関係者他、関連する方々から幅広くコメントを頂戴することを意図しております。なお、掲載されているペーパーの内容や意見は筆者ら個人に属し、日本取引所グループ等及び筆者らが所属する組織の公式見解を示すものではありません。

人工市場シミュレーションを用いた 取引システムの高速化が価格形成に与える影響の分析*

水田 孝信[†]、則武 誉人[‡]、早川 聡[§]、和泉 潔[¶]

2015年3月31日

概要

近年、取引市場同士の競争や大口の取引を行う投資家の要望などにより、取引市場のシステムの高速化が行われている。取引システムの高速化により、流動性を供給する投資家の注文量が増え流動性が向上したという評価がある一方、過度な高速化は市場の運営コストや取引参加者のシステムコストを増大させるという批判もある。

そこで本研究では、人工市場モデルを用いて、データ転送時に発生する遅延(レイテンシー)のみが異なる場合を比較し、レイテンシーが価格形成や市場効率性に与える影響を分析した。レイテンシーが注文間隔の平均よりも大きい場合、レイテンシーが大きくなるにつれて、価格のトレンドが止まった場合に予想リターンの修正が遅れ、不要な順張りの取引が増加し約定率が上昇、ビット・アスク・スプレッドが広くなり、市場が非効率になっていくことが示された。このため、市場の効率性を保つにはレイテンシーが注文間隔よりも十分小さいことが必要であることが示唆された。

また、東京証券取引所の取引データを用いて、シミュレーションの分析結果と比較して考察を行った。東京証券取引所の取引システムは、arrowhead稼動前は慢性的に本研究が示唆したメカニズムによる市場非効率化が起きていた可能性がある。一方 arrowhead稼動後は、少なくともこのようなメカニズムでの市場非効率化が、数分といった時間スケールにおいても、慢性的には起きていないことが示唆された。

本研究の特徴は、レイテンシーが大きいことのみで価格形成を非効率にする恐れがあることを示した点である。他の投資家よりも高頻度取引を行う投資家(High Frequency Trading, HFT)の影響などは今後の課題である。

* 本稿に示されている内容は、筆者ら個人に属し、株式会社日本取引所グループ及びその子会社・関連会社、スパークス・アセット・マネジメント株式会社及び著者らが所属する組織の公式見解を示すものではありません。また、ありうべき誤りは、すべて筆者個人に属します。連絡先：水田 孝信 (mizutata@gmail.com)

† スパークス・アセット・マネジメント株式会社

‡ 株式会社日本証券クリアリング機構

§ 株式会社大阪取引所 IT 推進室

¶ 東京大学大学院工学系研究科

|| 独立行政法人科学技術振興機構 CREST

1 はじめに

近年、取引市場同士の競争や大口の取引を行う投資家の要望などにより、取引市場のシステムの高速度化が行われている。取引システムの高速度化により、流動性を供給する投資家の注文量が増え流動性が向上したという評価がある一方、過度な高速度化は市場の運営コストや取引参加者のシステムコストを増大させるといった批判もある^{*1}。取引システムの高速度化で最も重要なのは、注文の付け合せ処理にかかる時間やデータ転送時に発生する遅延(レイテンシー)である。レイテンシーが小さい方が速い取引システムとなる。東京証券取引所は2010年より従来より高速度化された株式売買システム、arrowheadを稼働させており、arrowheadの稼働前後での価格形成を比較する実証研究が行われている^{*2}。

しかしながら、レイテンシーのような取引市場のシステムの大きな変更は、事例が多くあるわけではなく、価格形成にはさまざまな要因が複雑に関わっているため、実証研究ではレイテンシーの効果だけを取り出すことが困難である。そのため、レイテンシーによって価格形成がどのようになるのか、市場は効率化するのかを実証研究だけで議論するのは困難を伴う。また、実証研究では未だに達成されていない小さいレイテンシーの分析ができないため、レイテンシーがどれくらい小さければ十分速いシステムであるといえるのかといった議論は、実証研究のみでは難しい。

このような実社会で導入されることがないシステムを検証する方法として、コンピュータ上で仮想的にその状況を作り出し検証する、社会シミュレーションという手法がある。社会シミュレーションは、例えば、自動車道の整備が交通渋滞へ与える影響分析や、テロや火災、伝染病が発生した場合の避難の方法やあるべき対策の分析などで、大きな成果をあげている^{*3}。

金融市場に関しての社会シミュレーションは、人工市場モデルを用いて行われる^{*4}。人工市場モデルは、投資家を計算機内で模倣したエージェント(多くの場合は複数)と、同じく計算機内で模倣した取引所を用意する。いずれも、計算機内にあるので、計算機だけで完結したシミュレーションとなる。人工市場モデルを用いたシミュレーション研究は、実際の市場にみられる多くの統計的性質を再現し、バブルや市場混乱といったこれまでの金融理論では扱いにくかった現象のマイクロ・マクロ相互作用のメカニズムを解明するなど多くの成果をあげている。また最近では、マーケット・インパクトの量の見積もり^{*5}、原資産とデリバティブ間のヘッジ取引の分析^{*6}、金融市場の規制・制度の議論^{*7}が、人工市場によって行われている。特に、水田他(2013b); Mizuta et al. (2013b)では、2014年に東京証券取引所が実際に段階的に細かくした呼び値の刻み^{*8}について議論するなど、実際の金融システムの変更に関する研究も出始めている。

^{*1} 優れたレビューとして清水(2013)。また、取引市場間の競争における高速度化の重要性に関する解説に水田(2012)。

^{*2} 例えば、新井(2012); 宇野(2012); 中山・藤井(2013)。

^{*3} 例えば、出口・木嶋(2009); 実世界とエージェントシミュレーション協同研究委員会(2012)などが詳しい。

^{*4} 優れたレビューとして、和泉(2003); LeBaron(2006); Chen et al. (2012); 和泉(2012); Cristelli(2014)。

^{*5} Oesch(2014)など。

^{*6} Ohi et al. (2011); Kawakubo et al. (2014)など。

^{*7} 例えば、Westerhoff(2008); Yagi et al. (2010); 八木他(2011); Yeh and Yang(2010); Kobayashi and Hashimoto(2011); Thurner et al. (2012); 大井(2013); 水田他(2013a); Mizuta et al. (2013a, 2014); 水田他(2015)など。また、優れたレビューとして、山田(2013)がある。

^{*8} 呼び値の刻みの縮小の詳細は東京証券取引所(2013)。



図1 レイテンシーは、取引市場から最新の取引価格がエージェントに伝わるまでの時間のみ有限である δt だけかかるとするし、そのほかのレイテンシーはないものとする。

また、取引システムの高速化に関しては、高頻度取引を行う投資家の存在が与える影響の分析^{*9}や、2市場間でレイテンシーによる裁定機会を利用する投資家が市場に与える影響の分析^{*10}などが、人工市場を用いて行われている。しかし、純粋にレイテンシーの違いだけで価格形成や市場の効率性に影響はあるのか、あるとすればどのようなメカニズムなのか、また、レイテンシーがどれくらい小さければ十分速い取引システムであるといえるのか、といった議論は人工市場を用いてはなされていない。

そこで本研究では、水田他 (2013b); Mizuta et al. (2013b) の人工市場モデルにレイテンシーのみを加えたモデルを用い、レイテンシーのみが異なる場合を比較し、レイテンシーが価格形成や市場効率性に与える影響を分析する。そして、そのメカニズムの解明を目指すとともに、レイテンシーはどれくらい小さければ十分速い取引システムであるといえるのかといった議論を行う。また、東京証券取引所の取引データを用いて、シミュレーションの分析結果と比較して考察を行う。

2 人工市場モデル

本研究では水田他 (2013b); Mizuta et al. (2013b) の人工市場モデルに、第 2.1 節で詳しく述べるデータ転送の遅延 (レイテンシー) のみを加えたモデルを用いる。Chiarella and Iori (2002); Chiarella et al. (2009) では、シンプルでありながら、実証分析で得られた長期間に存在する価格変動の統計的性質を再現できるエージェントモデルの構築に成功している。レイテンシーは、数ミリ秒といった非常に短い時間のため、レイテンシーに関して分析を行うための人工市場モデルは、約定件数やキャンセル率、1ティックごとの騰落率の標準偏差など、短い時間スケールでの性質 (マーケット・マイクロ・ストラクチャー)^{*11}を再現する必要があると考えられる。水田他 (2013b); Mizuta et al. (2013b) では、Chiarella

^{*9} Gsell (2009); Wang et al. (2013); 草田他 (2014) など。

^{*10} Wah and Wellman (2013) など。

^{*11} 例えば、太田他 (2011) に詳しい。

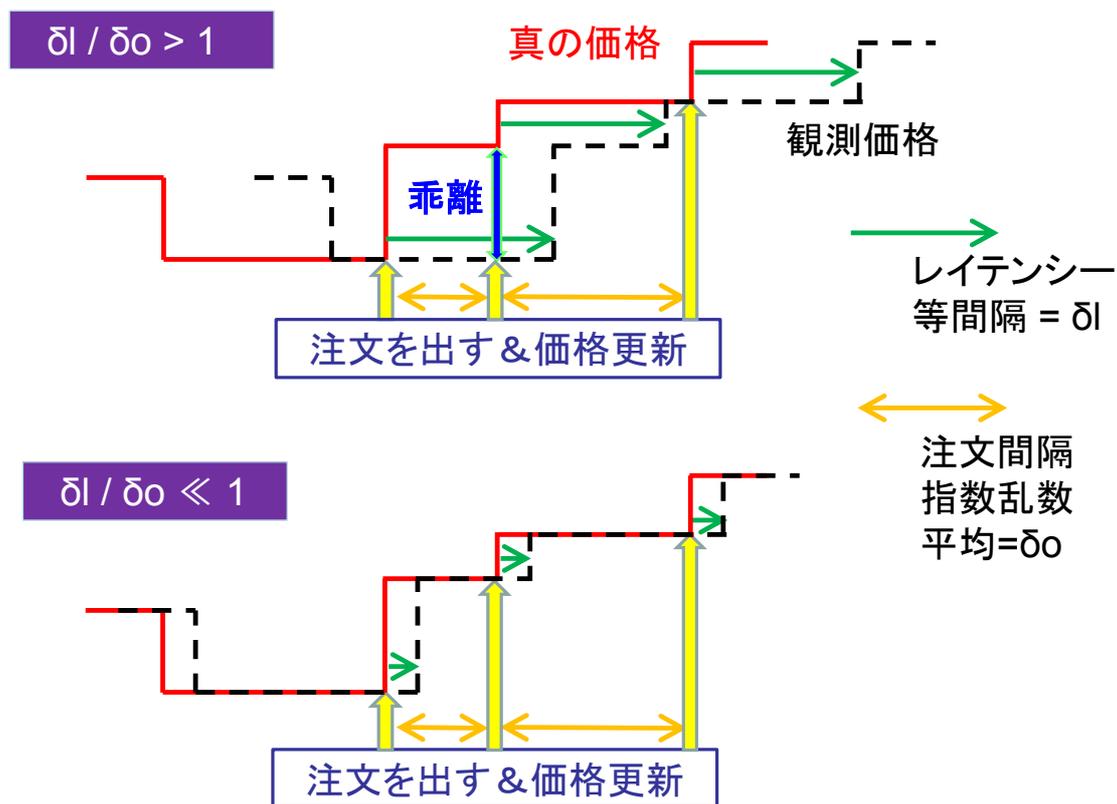


図2 $\delta l / \delta o > 1$ (左) の場合、エージェントが注文を出すとき最新の真の価格を知らないことがしばしば発生し (中央の黄色い矢印の時点)、エージェントが行う注文が、真の価格を知っている場合と異なる場合が生じる。一方、 $\delta l / \delta o \ll 1$ の場合 (右) は、ほとんどの場合エージェントは真の価格を知っている。

and Iori (2002); Chiarella et al. (2009) のモデルでは再現されていなかった、これらのマーケット・マイクロ・ストラクチャーも再現した^{*12}。

人工市場モデルを用いたシミュレーション研究は、実際の市場にみられる多くの統計的性質 (stylized fact)^{*13} を再現したり規制の効果を検証したりと、多くの成果をあげている一方で、多くの人工市場モデルはパラメータが多すぎて不必要に複雑すぎるという指摘もされている (Chen et al. (2012))。なぜなら、モデルの妥当性は実証分析で得られている fat-tail^{*14} や volatility-clustering^{*15} といった代表的な stylized fact が再現できるかどうかで評価されるが、モデルを複雑にしても多くの場合は、再現できる stylized fact の種類が増えたり再現の精度が上がったりしないからである。そのため、できるだけシンプルなモデルで stylized fact を再現できた方がよいという主張がなされている (Chen et al. (2012))。というのもパラメータが多く複雑なモデルほど、モデルや計算結果の評価が難しくなるからである。そのため水田他 (2013b); Mizuta et al. (2013b) においても、分析目的を果たせる範囲内なるべくシンプルなモデルの構築を行っている。実際の市場を完全に再現することを目的としておらず、実際には存在するであろう投資家をすべて網羅することはあえて行っていない。

*12 モデルのパラメータ決定の詳細は水田 (2014) に書かれている。

*13 例えば Cont (2001) に整理されている。

*14 価格の騰落率の尖度がプラスであること。

*15 価格の騰落率の標準偏差が自己相関を持つこと。

2.1 時刻の進め方とレイテンシー

本モデルは1つの証券のみを取引対象とする。 n 体のエージェントがあり、エージェント番号 $j = 1$ から順番に $j = 2, 3, 4, \dots$ と注文を出す。最後のエージェント $j = n$ が注文を出すと、次はまた初めのエージェント $j = 1$ から注文を出し繰り返される。

時刻 t は1体のエージェントが注文を出すごとに δt 増える^{*16}。 δt は注文が発生する時間間隔である。ここでは注文は時間的にランダムに発生するとし、ポアソン過程に従うと仮定する。そのため、 δt は平均 δ_0 の指数乱数とする^{*17}。

第1章で述べたとおり、取引システムにおいては付け合せ処理にかかる時間やデータの転送時に発生する遅延(レイテンシー)が存在する。実際の市場では、投資家が行った発注の情報が取引システムに転送された後、板登録及び対当する注文が存在する場合は約定が成立する。これら、注文板における価格や注文数量の情報(板情報)が更新された後に、システムを通じて最新の板情報が配信される。取引システムのレイテンシーが短くなることで、投資家が発注を行ってから板情報の更新が配信されるまでの時間が短くなる。本研究では簡単のため、レイテンシーはエージェントの注文処理、注文が取引市場に到達するまでの間、および取引市場での注文の付け合せ処理や取引価格の更新処理では一切発生せずゼロとし、取引市場から最新の取引価格がエージェントに伝わるまでの時間のみ有効である δl だけかかるとする(図1参照)。つまり、エージェントは、真の価格より δl だけ以前の価格を観測することとなり、 δl の値が小さくなることで、板情報の更新からエージェントが価格を観測するまでの時間差がより短くなる。以下、エージェントが時刻 t に観測する価格を観測価格 P^t とよぶ。

レイテンシー δl と注文間隔の平均 δ_0 の比 $\delta l/\delta_0$ が重要なパラメータとなる。図2は、 $\delta l/\delta_0 > 1$ の場合(上)と $\delta l/\delta_0 \ll 1$ の場合(下)を模式的に示した。 $\delta l/\delta_0 > 1$ の場合、 $\delta l > \delta t$ の場合がしばしば発生する(中央の黄色い矢印の時点を参照)。この場合、エージェントが注文を出すとき最新の真の価格を知らないため、エージェントが行う注文が、真の価格を知っている場合と異なる場合が生じる。このようなことがしばしば生じるため、レイテンシーがない ($\delta l = 0$) 場合と価格形成に差が生じることが予想され、取引市場は十分には速くないといえる。一方、 $\delta l/\delta_0 \ll 1$ の場合は、ほとんどの場合 $\delta l < \delta t$ であり、エージェントは真の価格を知っている。そのため、レイテンシーがない ($\delta l = 0$) 場合とほとんど同じであることが予想され、取引市場は十分に速いといえる。

本研究では、 $\delta l/\delta_0$ を変化させ、その他の条件を全く同じにして、各種統計値の比較を行う。

2.2 取引市場

本モデルでの取引市場の価格決定メカニズムは、売り手と買い手の双方が価格を提示し、売り手と買い手の提示価格が合致するとその価格で直ちに取引が成立する、連続ダブルオークション方式(ザラバ

^{*16} 当然、注文をただで取引が成立しない場合も時刻は進む。

^{*17} 注文の発生がポアソン過程に従うなら注文間隔が指数分布になることは、加藤・丸茂(1999)の補論に詳しい。なお、さまざまな金融市場を対象に行われている実証研究では概して指数分布に従うが、観測期間を長くすると乖離も見られることが議論されている(例えば、加藤・丸茂(1999); Takayasu et al. (2002))。

方式)*¹⁸とした。価格の変化幅の最小単位は δP とし、それより小さい端数は、買い注文の場合は切り捨て、売り注文の場合は切り上げる。買い(売り)注文は、注文価格より安い(高い)注文が既に存在すれば、最も安い(高い)売り(買い)注文と即座に取引が成立する。このような即座に取引が成立する注文を成行注文*¹⁹とよぶ。即座に取引が成立する、相対する注文がなければ注文を残す。このように即座に成立せず残された注文を指値注文とよぶ。

2.3 エージェント

各エージェント j は注文を出す順番が来ると、以下の手順に従って、売りか買いか、注文価格 $P_{o,j}^t$ を決定する。注文数量は常に 1 と一定とする。また、各エージェントは資産を何単位でも買うことができ(キャッシュが無限大)、空売りも自由に行うことができる。

エージェントは、実際の市場の価格形成の性質を再現するために導入するものであり、stylized fact や高頻度取引にかかわる統計量を再現する範囲内でなるべくシンプルなモデルとした。

エージェントは注文価格 $P_{o,j}^t$ 、売り買いの別を以下のように決める。時刻 t にエージェント j が予想する価格の変化率(予想リターン) $r_{e,j}^t$ は、

$$r_{e,j}^t = \frac{1}{w_{1,j} + w_{2,j} + u_j} \left(w_{1,j} \log \frac{P_f}{P^t} + w_{2,j} r_{h,j}^t + u_j \epsilon_j^t \right). \quad (1)$$

ここで、 $w_{i,j}$ は時刻 t 、エージェント j の i 項目の重みであり、シミュレーション開始時に、それぞれ 0 から $w_{i,max}$ まで一様乱数で決める。 u_j はエージェント j の 3 項目の重みであり、シミュレーション開始時に 0 から u_{max} まで一様乱数で決める。 \log は自然対数である。 P_f は時間によらず一定のファンダメンタル価格、 P^t は第 2.1 節で述べたように、時刻 t でのエージェントが観測する取引価格*²⁰、 ϵ_j^t は時刻 t 、エージェント j の乱数項であり、平均 0、標準偏差 σ_ϵ の正規分布乱数である。 $r_{h,j}^t$ は時刻 t にエージェント j が計測した過去リターンであり、 $r_{h,j}^t = \log(P^t/P^{t-\tau_j})$ である。ここで τ_j はシミュレーション開始時に 1 から τ_{max} までの一様乱数でエージェントごとに決める。

式 (1) の第 1 項目はファンダメンタル価格と比較して安ければプラスの予想リターンを高めればマイナスの予想リターンを示す、ファンダメンタル価値を参照して投資判断を行うファンダメンタル投資家の成分である。第 2 項目は過去のリターンがプラス(マイナス)ならプラス(マイナス)の予想リターンを示す、過去の価格推移を参照して投資判断を行うテクニカル投資家の成分であり、第 3 項目はノイズを表している。

予想リターン $r_{e,j}^t$ より予想価格 $P_{e,j}^t$ は、

$$P_{e,j}^t = P^t \exp(r_{e,j}^t) \quad (2)$$

で求まる。注文価格 $P_{o,j}^t$ は平均 $P_{e,j}^t$ 、標準偏差 P_σ の正規分布乱数で決める。ここで、 P_σ は定数である。

*¹⁸ Friedman (1993); Tokyo Stock Exchange (2012).

*¹⁹ 本研究が定義する成行注文、指値注文が実務上のそれらと厳密には異なることに注意すべきである。

*²⁰ 一番初めの取引をエージェントが観測するまでは $P^t = P_f$ とする。

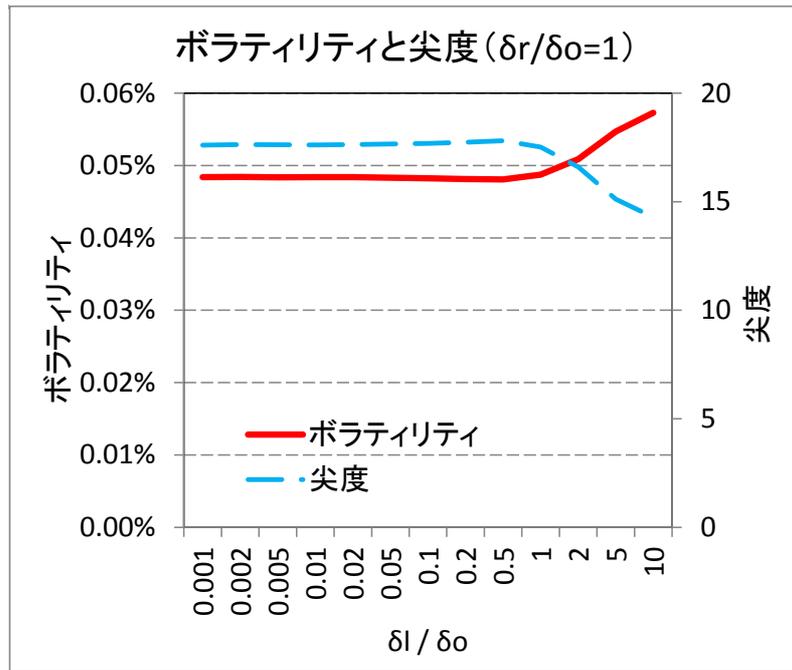


図3 レイテンシー ($\delta l/\delta o$) ごとの、期間 $\delta r = 1 \times \delta o$ で計測した騰落率の標準偏差 (ボラティリティ) と尖度.

そして、売り買いの別は予想価格 $P_{e,j}^t$ と注文価格 $P_{o,j}^t$ の大小関係で決める. すなわち,

$$\begin{aligned} P_{e,j}^t > P_{o,j}^t &\text{なら 1 単位の買い} \\ P_{e,j}^t < P_{o,j}^t &\text{なら 1 単位の売り,} \end{aligned} \quad (3)$$

とする.

また各エージェントは、注文を出す順番が来た際、 c 回前の順番で自身が出した指値注文が未だ取引が成立せず残っていた場合は、その残っていた注文をキャンセルする.

3 シミュレーション結果

本研究では、 $\delta o = 1$ とし、その他のパラメータは水田他 (2013b); Mizuta et al. (2013b) と同じである以下のパラメータを用いた^{*21}. $n = 1,000$, $w_{1,max} = 1$, $w_{2,max} = 10$, $u_{max} = 1$, $\tau_{max} = 10,000$, $\sigma_\epsilon = 0.06$, $P_\sigma = 30$, $c = 20$, $\delta P = 0.1$, $P_f = 10,000$ とした. またシミュレーションはすべてのエージェントの注文を出す順番が 10,000 回って来るまで行い、シミュレーションが終了するこの時刻を t_e とする.

$\delta l/\delta o = 0.001, 0.002, 0.005, 0.01, 0.02, 0.05, 0.1, 0.2, 0.5, 1, 2, 5, 10$ と変化させ、その他の条件を乱数表も含め全く同じにして、各種統計値を $\delta l/\delta o$ に対して算出する. これを乱数表を変更して 100 回行い、その平均値を以後用いる.

^{*21} $\delta l = 0$ のとき、本研究のモデルと水田他 (2013b); Mizuta et al. (2013b) のモデルは完全に一致する.

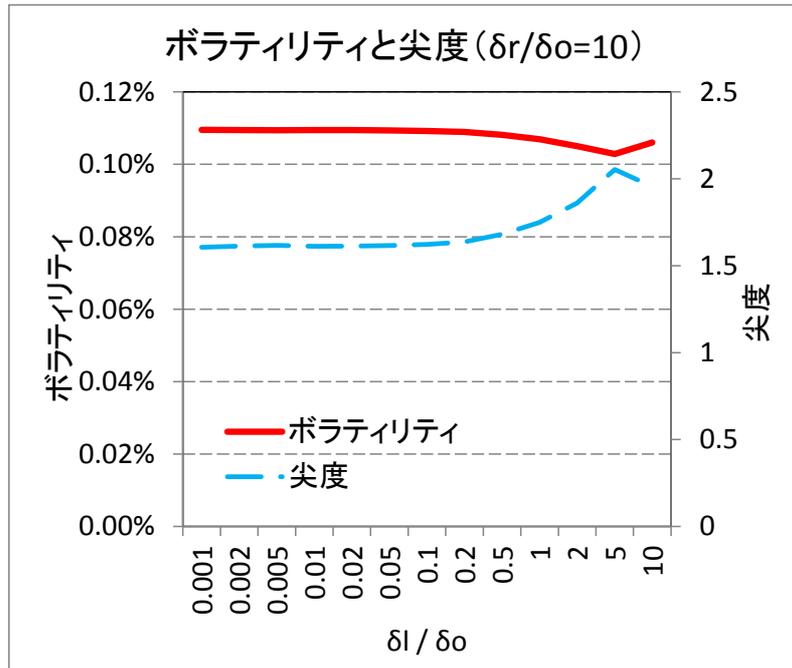


図4 レイテンシー (δl/δo) ごとの、期間 δr = 10 × δo で計測した騰落率の標準偏差 (ボラティリティ) と尖度.

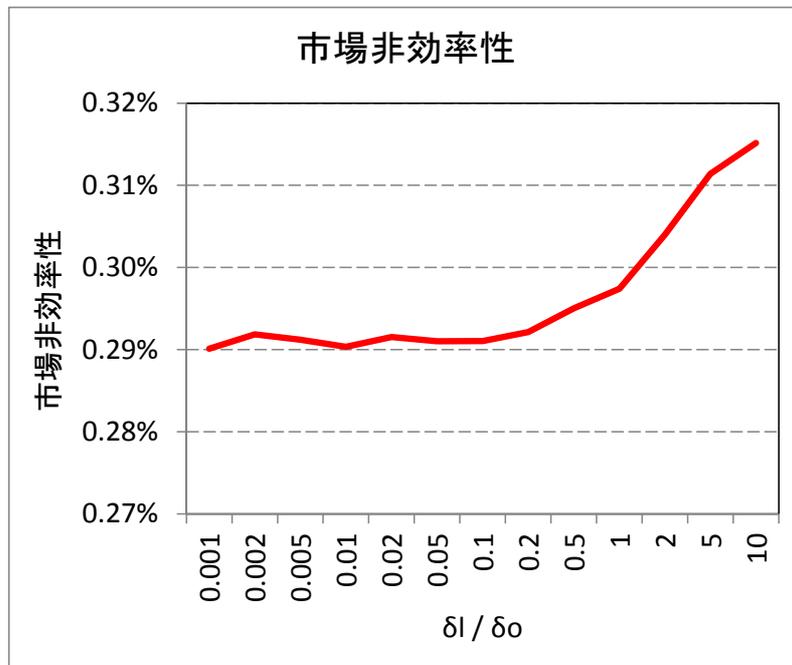


図5 レイテンシー (δl/δo) ごとの、市場非効率性 M_{ie} .

3.1 ボラティリティ，尖度，市場非効率性

図3は，レイテンシー ($\delta l/\delta o$) ごとの，期間 $\delta r = 1 \times \delta o$ で計測した騰落率の標準偏差 (ボラティリティ) と尖度^{*22}を示した． $\delta l/\delta o < 1$ の領域ではいずれもほぼ一定であるのに対し， $\delta l/\delta o > 1$ の領域ではボラティリティが上昇し，尖度は低下している．図4は，期間 $\delta r = 10 \times \delta o$ で計測した騰落率を用いて図1と同様にボラティリティと尖度を示した． $\delta l/\delta o > 1$ の領域でわずかにボラティリティが低下し，尖度は上昇している．このようにボラティリティと尖度は計測期間に依存し，レイテンシーの違いによって市場の効率性がどのように変化したのか判断できない．

そこで，市場の効率性を直接測定する指標として，人を用いた実験市場研究でしばしば用いられる市場非効率性 M_{ie} ^{*23}，

$$M_{ie} = \frac{1}{t_e} \sum_{t=1}^{t_e} \frac{|P^t - P_f|}{P_f}, \quad (4)$$

を用いる．市場の効率性を示す指標は多く提案されている (伊藤・杉山 (2007); Verheyden et al. (2013)) が，本研究で用いる市場非効率性は，通常は観測できないファンダメンタル価格 P_f を直接使用しており，人を用いた実験市場や人工市場シミュレーションでしか用いることができない定義である．人を用いた実験市場や人工市場シミュレーションでは P_f が明確であるため，推定ではない理想的な市場の効率性を測定できる市場非効率性の使用が可能である．ここで $||$ は絶対値を示す． M_{ie} は0以上の値をとり，0なら完全に効率的，大きくなればなるほど非効率であることを示す．

図5は $\delta l/\delta o$ ごとの市場非効率性 M_{ie} を示した． $\delta l/\delta o < 0.5$ の領域ではいずれもほぼ一定であるのに対し， $\delta l/\delta o > 0.5$ あたりから市場が非効率になっているのが分かる．第2.1節および図2で述べたように $\delta l/\delta o > 1$ ではレイテンシーの影響がでて， $\delta l/\delta o \ll 1$ ではレイテンシーの影響はなく市場の効率性が変わらないことが示された．さらに， $\delta l/\delta o > 1$ では，レイテンシーが大きくなるにつれて市場が非効率になることが示された．このため，市場の効率性を保つには， $\delta l \ll \delta o$ となる必要があることが示唆される．

3.2 ビット・アスク・スプレッド，約定率

レイテンシーが大きくなると市場が非効率になる要因を議論する．図6は， $\delta l/\delta o$ ごとの平均ビット・アスク・スプレッド^{*24}を示した． $\delta l/\delta o > 0.5$ あたりからビット・アスク・スプレッドが上昇していることが分かる．

図7は $\delta l/\delta o$ ごとの約定率を示した．約定率=成行注文数量/(成行注文数量 + 指値注文数量) で定義した． $\delta l/\delta o > 0.5$ あたりから約定率が上昇していることが分かる．つまり，約定率の向上により，取引価

^{*22} ここでの尖度の定義は，正規分布で0となる定義である．すなわち， n 個のデータ $x_i (i = 1, \dots, n)$ があるとき， x_i の平均を X ，標準偏差を S とすると尖度 K は， $K = 1/(nS^4) \times \sum_{i=1}^n (x_i - X)^4 - 3$ ，とする定義を使用した．

^{*23} 実験市場研究では，RAD(Relative Absolute Deviation) とよばれることが多い．実験市場研究で用いられる市場効率性については Stöckl et al. (2010) が詳しい．

^{*24} ここでは，ビット・アスク・スプレッド $S = (P_{bb} - P_{ba})/P_f$ と定義した．ここで， P_{bb} は最も高い買いの指値注文の価格， P_{ba} は最も安い売りの指値注文の価格である．

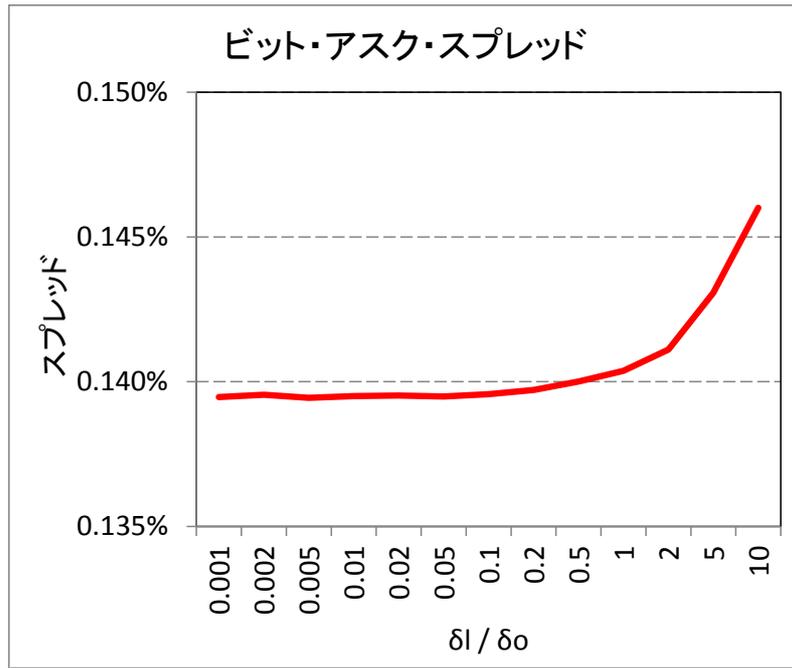


図6 レイテンシー ($\delta l / \delta o$) ごとの, 平均ビット・アスク・スプレッド.

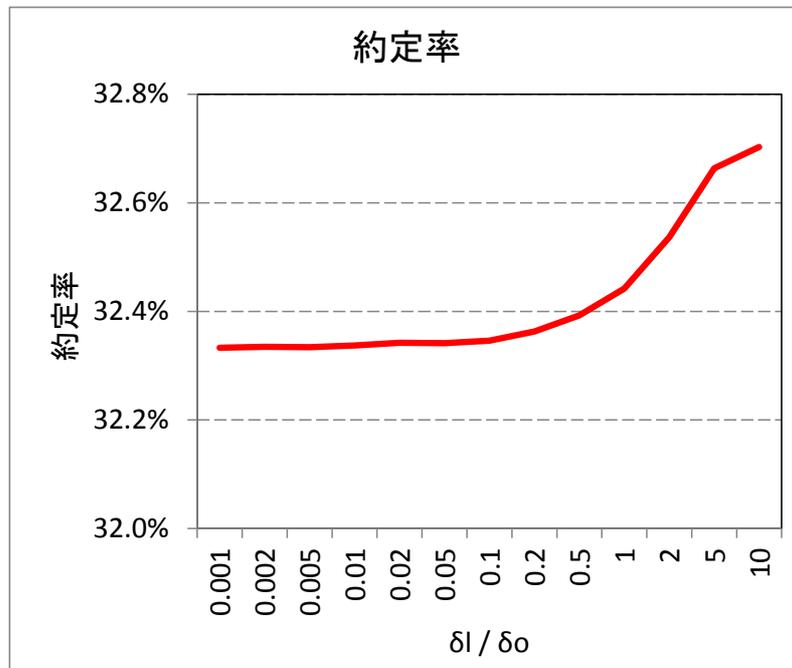


図7 レイテンシー ($\delta l / \delta o$) ごとの, 約定率=成行注文数量/(成行注文数量 + 指値注文数量).

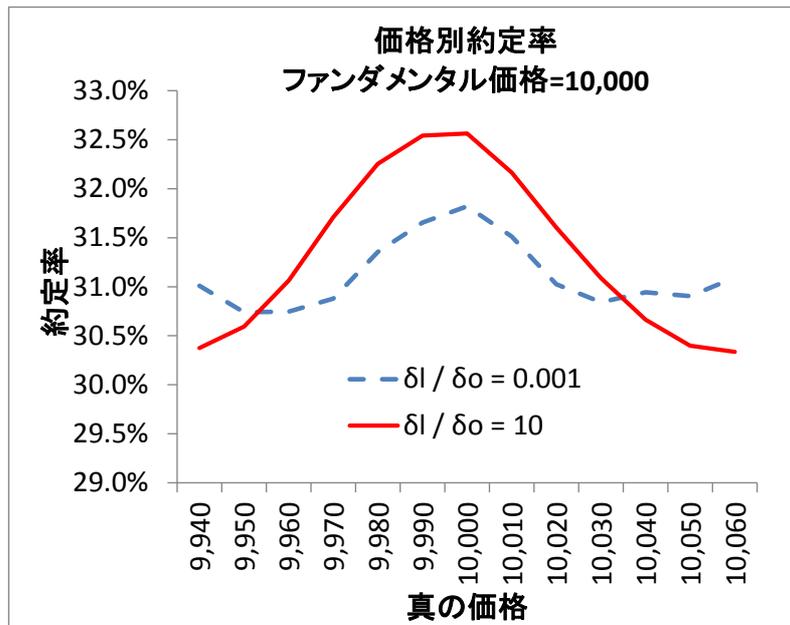


図8 $\delta l / \delta o = 0.001$ および 10 の場合の、真の価格での価格帯別の約定率。

格付近の指値注文が少なくなり、ビット・アスク・スプレッドが上昇し、それが市場を非効率にしていることが分かる。次節では、レイテンシーの上昇が約定率の上昇につながるメカニズムを検討する。

3.3 約定率向上のメカニズム

ここでは、 $\delta l / \delta o = 0.001$ および 10 の場合の各 1 試行のデータを用いて議論する。図 8 は真の価格での価格帯別の約定率を示した。レイテンシーがある場合 ($\delta l / \delta o = 10$) は、特にファンダメンタル価格 P_f 付近で約定率が高くなっていることが分かる。表 1 は、2 つの場合について約定率を、買い注文が成行で売り注文が指値注文だった場合とその逆の場合に分解したもの、およびエージェントの予想リターン $r_{e,j}^t$ の全エージェントの平均値を示した。 $\delta l / \delta o = 10$ の場合は、観測価格 < 真の価格の場合と観測価格 > 真の価格の場合に分けて集計した。 $\delta l / \delta o = 10$ の場合、観測価格 < 真の価格のときは、買いの成行注文が多く、エージェントの予想リターンはプラスとなっている。一方、観測価格 > 真の価格のときは、売りの成行注文が多く、エージェントの予想リターンはマイナスとなっている。

このような結果と整合的な、レイテンシーによって約定率が上昇するメカニズムを図 9 を用いて説明する。ファンダメンタル価格付近 $P^t \sim P_f$ では式 (1) より、エージェントの予想リターン $r_{e,j}^t$ は第 1 項のファンダメンタル投資家の成分は小さく、第 2 項のテクニカル投資家の成分が優勢になる。第 2 項は、過去のリターンがプラス (マイナス) ならプラス (マイナス) の予想リターンを示す。観測価格 < 真の価格の場合 (左)、観測価格の方が過去のものなので、価格は上昇傾向であった。そのため、第 2 項が優勢となっている予想リターンはプラスになりやすく、予想価格は高くなりやすい。式 (3) より、注文価格が予想価格を下回る場合は買い注文となるが、予想価格が真の価格より大幅に高い場合は、買い注文でも真の価格より高くなりやすく成行注文になりやすい。一方で、実際には上昇傾向が終わっており、真の価格は横ばいであるときを考える。仮にエージェントが真の価格の横ばいを知っていれば、第 2 項のテクニカル投資家の成分が優勢となっている予想リターンはほとんどゼロとなり、成行の買い注

表1 $\delta l / \delta o = 0.001$ および 10 の場合の、約定率を買い注文が成行で売り注文が指値注文だった場合とその逆の場合に分解したもの、およびエージェントの予想リターン $r_{e,j}^t$ の全エージェントの平均値。 $\delta l / \delta o = 10$ の場合は、観測価格 < 真の価格の場合と観測価格 > 真の価格の場合に分けて集計。

$\delta l / \delta o$		約定率			エージェント 平均予想リターン
		合計	買いが成行 売りが指値	売りが成行 買いが指値	
10	観測価格 < 真の価格	32.5%	28.9%	3.5%	0.28%
	観測価格 > 真の価格	32.5%	3.6%	28.9%	-0.27%
0.001	---	31.2%	15.6%	15.6%	0.00%

文は出さなかったであろう。この場合、レイテンシーがなく真の価格の横ばいを知っていれば出さなかったであろう成行の買いの注文を、レイテンシーがあるがために出してしまうことが分かる。観測価格 > 真の価格 (右) の場合は、その逆であり、レイテンシーがあるために、真の価格は横ばい傾向にも関わらず成行の売り注文を出してしまうことが分かる。これらの場合が存在するために、表1 や図8 のような結果となり、レイテンシーによって約定率が向上する。

このようにレイテンシーが大きいと、価格のトレンドが止まった場合に予想リターンの修正が遅れ、特にファンダメンタル価格付近で不要な順張りの取引が増加し、約定率を向上させることが分かった。第3.2節で述べたように、約定率が向上すると取引価格付近の指値注文が少なくなり、ビット・アスク・スプレッドが拡大し、市場を非効率する。このようなメカニズムにより、 $\delta l / \delta o > 1$ の場合においては、レイテンシーの上昇により市場が非効率になることが示唆される。

4 実際の市場との比較考察

ここでは、東京証券取引所の取引データを用いてレイテンシーと平均注文間隔の比 $\delta l / \delta o$ を算出し、これまでのシミュレーションの分析結果と比較して考察を行う。

4.1 データ

表2は東京証券取引所の取引データを用いて、従来の取引システムより高速化された arrowhead の導入 (2010年1月) 前後の $\delta l / \delta o$ を比較したものである。5つのケースを分析し、以下、分析1、分析2、分析3、分析4、分析5、分析6とよぶ。分析1は宇野 (2012) の分析結果であり、分析2から分析6は本研究の分析である。

分析対象期間は、分析1は arrowhead 導入前の2009年12月の1ヶ月間、分析2は arrowhead 導入後、取引時間が延長^{*25}される前の2010年8月2日から2011年11月18日、分析3は arrowhead 導入後昼休みが取引時間が延長された後の2011年11月21日から2014年11月26日である。

また、最近注文件数が増加した期間の分析を行う。日本銀行が量的・質的金融緩和の拡大を発表 (日本銀行 (2014)) した2014年10月31日は注文件数が増加し、翌営業日の11月4日は東京証券取引所第1部の売買代金が当時過去2番目となった (ロイター (2014))。分析4は、その前後である2014年10

*25 2011年11月21日より、東京証券取引所の現物株式の取引が行われる時間 (立会時間) が、9:00-11:00、12:30-15:00 の合計4時間30分 (270分) から9:00-11:30、12:30-15:00 の5時間 (300分) に延長された。

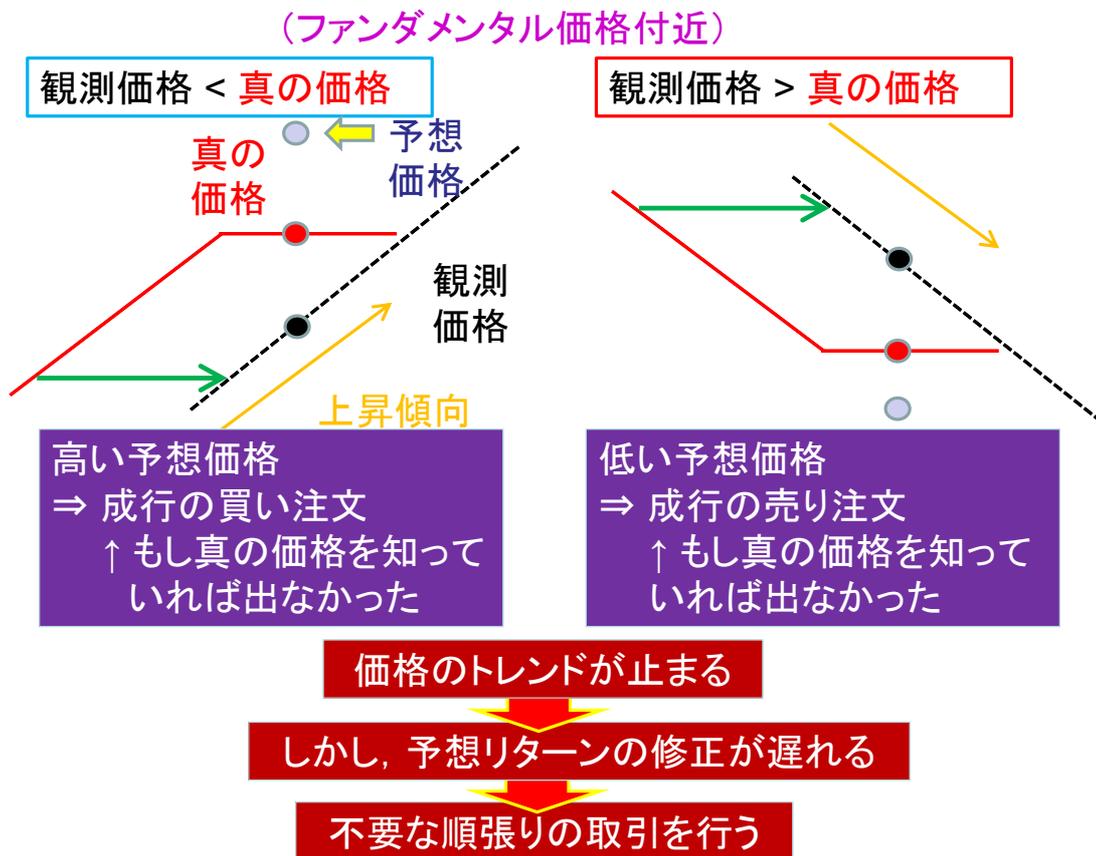


図9 レイテンシーによって約定率が上昇するメカニズム。観測価格 < 真の価格の場合(左), 真の価格は横ばいになっているにもかかわらず成行の買い注文を出してしまう。この成行の買い注文はレイテンシーがなく真の価格の横ばいを知っていれば出さなかったであろう。観測価格 > 真の価格の場合(右)は, その逆であり, レイテンシーがあるために, 真の価格の横ばいにも関わらず成行の売り注文を出してしまう。

月 27 日から 2014 年 11 月 26 日まで, 分析 5 はその発表当日である 2014 年 10 月 31 日のみを分析 5 はその発表当日である 2014 年 10 月 31 日のみを, 分析 6 は過去 2 番目の売買代金を記録した 2014 年 11 月 4 日のみを分析対象とした。

分析対象銘柄は, 分析 1 では当時の TOPIX100 採用銘柄, 分析 2 から分析 6 では 2009 年初に TOPIX100 に採用されていた銘柄で 2014 年 11 月も TOPIX100 に採用されている 81 銘柄である。

注文件数は, 分析 1 では新規指値注文件数^{*26}, 分析 2 から分析 6 では, すべての新規注文件数をカウントした。また各分析では, 各銘柄の注文件数の平均値を, 分析対象の営業日数で平均をとった注文件数を用いた。東京証券取引所では, 実際取引が行われる時間(立会時間)が始まる前に, 注文は受け付けるが取引が成立しない, 注文のみ受け付ける時間^{*27}がある。分析 1 の注文件数は注文のみ受け付ける時間の注文を含んでいないため, 計測時間は立会時間のみとなる。分析 2 から分析 6 の注文件数は注文のみ受け付ける時間の注文も含めているため, 計測時間は立会時間と注文のみ受け付ける時間の合計で

^{*26} 本来であれば成行注文も含めるべきであるが, ここでは, これらを含めなくても $\delta l / \delta o \ll 1$ が成立していないことを示す。

^{*27} 注文のみ受け付ける時間とは具体的には, 8 時 00 分から 9 時 00 までの 60 分間と 12 時 05 分から 12 時 30 分までの 25 分間があり, その合計は 85 分間である。

ある。注文のみ受け付ける時間では、注文が即時に成立せず取引価格が更新されないものの、取引システムが注文を受付け、登録された注文情報を投資家に配信し、投資家はその情報を元に次の注文をどのようにするか考えるという点においては、立会時間と同じことが行われていると考えられる。

応答時間 δl は、分析 1 では arrowhead 導入前、注文付合間隔であった 3 秒^{*28}を、分析 2 から分析 6 では東京証券取引所 (2010) が示した、arrowhead 導入直後の 2010 年 4 月 13 日の立会時間帯の平均実績注文応答時間である 2 ミリ秒^{*29}と実績相場情報配信時間が 2.5 ミリ秒以下であったことを用いて、その値の合計である 4.5 ミリ秒を用いた。

4.2 結果と議論

表 2 が示すように、arrowhead 前の分析 1 では $\delta l/\delta o$ が 0.5 を超えている。第 3 章の図 5 が示しているように $\delta l/\delta o$ が 0.5 を超えたあたりから市場非効率性が上昇している。そのため、第 3 章で述べたシミュレーション結果が示唆したメカニズム (図 9 参照) による市場非効率化が慢性的に、つまり日中の多くの時間帯で、起きていた可能性がある。

一方、分析 2 から分析 6 が示すように、arrowhead 後は $\delta l/\delta o \ll 1$ となっており、このようなメカニズムによる市場非効率化は慢性的には起きていないことが分かる。分析 4 の分析対象期間 (2014 年 10 月 27 日から 2014 年 11 月 26 日) は最近ではとても注文が多かった時期として知られている。図 10 は、この期間の営業日ごとの $\delta l/\delta o$ を示した。10 月 31 日、11 月 4 日、11 月 5 日が特に高くなっている。しかしそれらの日でも、 $\delta l/\delta o \ll 1$ は満たしており、市場非効率化が日中を通じて慢性的には起きていないことが分かる。

図 11 は、 $\delta l/\delta o$ が比較的大きかった 10 月 31 日、11 月 4 日、11 月 5 日の 1 分ごとの $\delta l/\delta o$ を示した。1 分ごとの $\delta l/\delta o$ を見ても、最大でも 0.12 を下回っており、少なくとも数分という時間スケールで慢性的に、市場が非効率になっていることはないことが分かる。特に高頻度取引や高速取引を主として行っていない一般的な投資家にとっては数分というのは十分短い時間であり、その時間内に何度も売ったり買ったりを繰り返すことは少ない。なので、少なくともこのような一般的な投資家にとって問題となるような時間にわたって慢性的に、シミュレーション結果が示したようなメカニズムでの市場非効率性は発生していないと考えられる。

しかしながら図 11 は、特定の時間帯に注文が集中していることも示している。最大値をつけたのは、日本銀行が量的・質的金融緩和の拡大を発表した 10 月 31 日 13 時 44 分 (日本銀行 (2014)) の 3 分後である 13 時 47 分であり、この時刻の前後の数分間の 1 分間注文件数は他の時間帯と比べ突出して多くなっている。このように市場に大きな影響を与える情報がでた直後には、非常に短い特定の時間に注文が集中する場合があることが分かる。本研究では 1 分ごとの分析であったが、もっと短い時間スケールで注文が集中しているかも知れない。このような短い時間スケールでは、レイテンシー δl も安定していない恐れがある。また、銘柄ごとに注文の数量にばらつきがあり、特定の銘柄に注文が集中してい

^{*28} 注文受付間隔はレイテンシーとは異なるが、この期間に入った注文状況を期間内に知ることができないため、本研究の δl に相当する時間である。

^{*29} 2012 年 7 月に注文応答時間は半分の 1 ミリ秒まで縮小し高速化していると考えられる (小川 (2012)) が、ここでは高速化前の値を用いたとしても $\delta l/\delta o \ll 1$ であることを示す。

表2 日本の株式市場における $\delta l / \delta o$.

分析番号	分析期間	arrowhead	1日平均 銘柄平均 注文件数	計測時間 (分)	平均 δo (ms) = 計測時間 (ms) / 注文件数	応答時間 δl (ms)	$\delta l / \delta o$
1	2009年12月	稼動前	2,833	270	5,718	3,000	0.525
2	2010年8月2日～2011年11月18日	稼動後	14,621	355	1,457	4.5	0.003
3	2011年11月21日～2014年11月26日		28,974	385	797	4.5	0.006
4	2014年10月27日～2014年11月26日		66,044	385	350	4.5	0.013
5	2014年10月31日のみ		87,109	385	265	4.5	0.017
6	2014年11月4日のみ		114,027	385	203	4.5	0.022

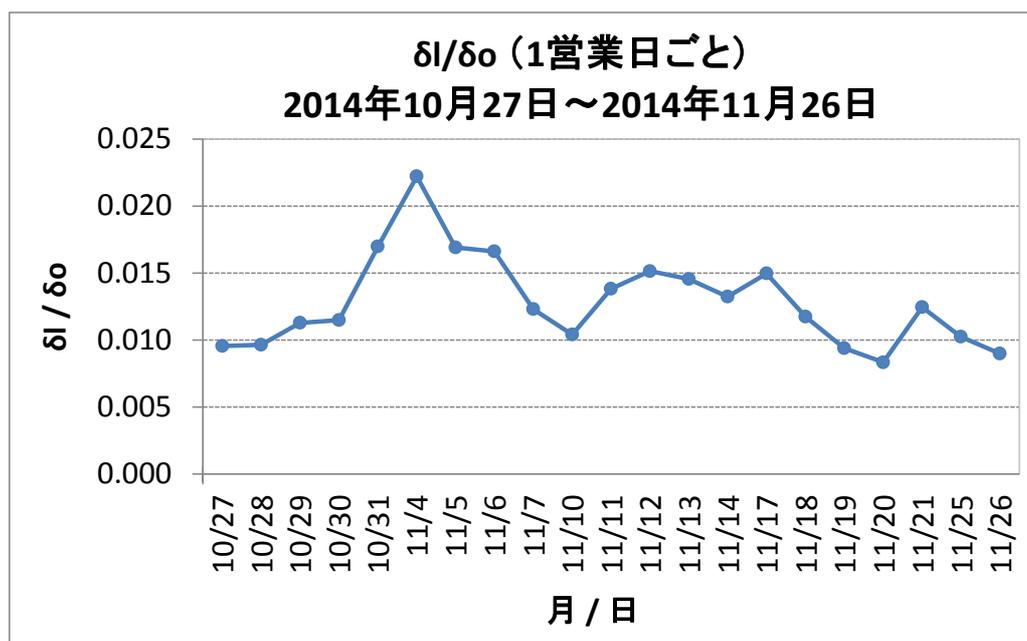


図10 2014年10月27日から2014年11月26日までの、1営業日ごとの $\delta l / \delta o$.

る恐れもある。これらの分析は今後の課題である。このような非常に短時間のみではあるけれども、注文が集中することは、数秒間に何度も売ったり買ったりを繰り返し高頻度取引を行う投資家 (High Frequency Trading, HFT) にとっては重要であると考えられる。そして、このような市場に非常に重要な情報が出て注文が集中する場合においても、取引システムが安定して稼動し、安定して $\delta l / \delta o < 1$ となるようにすることは、HFT にとっては重要なことであろう。

以上により、東京証券取引所の取引システムは、arrowhead 稼動前は慢性的に本研究が示唆したメカニズムによる市場非効率化が起きていた可能性がある。一方 arrowhead 稼動後は、少なくともこのようなメカニズムでの市場非効率化が、数分といった時間スケールにおいても、慢性的には起きていないことが示唆された。一方で、市場に大きな影響を与える情報が来た直後など非常に短い特定の時間に注文が集中する場合の分析は今後の課題である。また、今回行ったシミュレーションも特定の時間に注文が集中する場合を取り扱っておらず、今後の課題である。

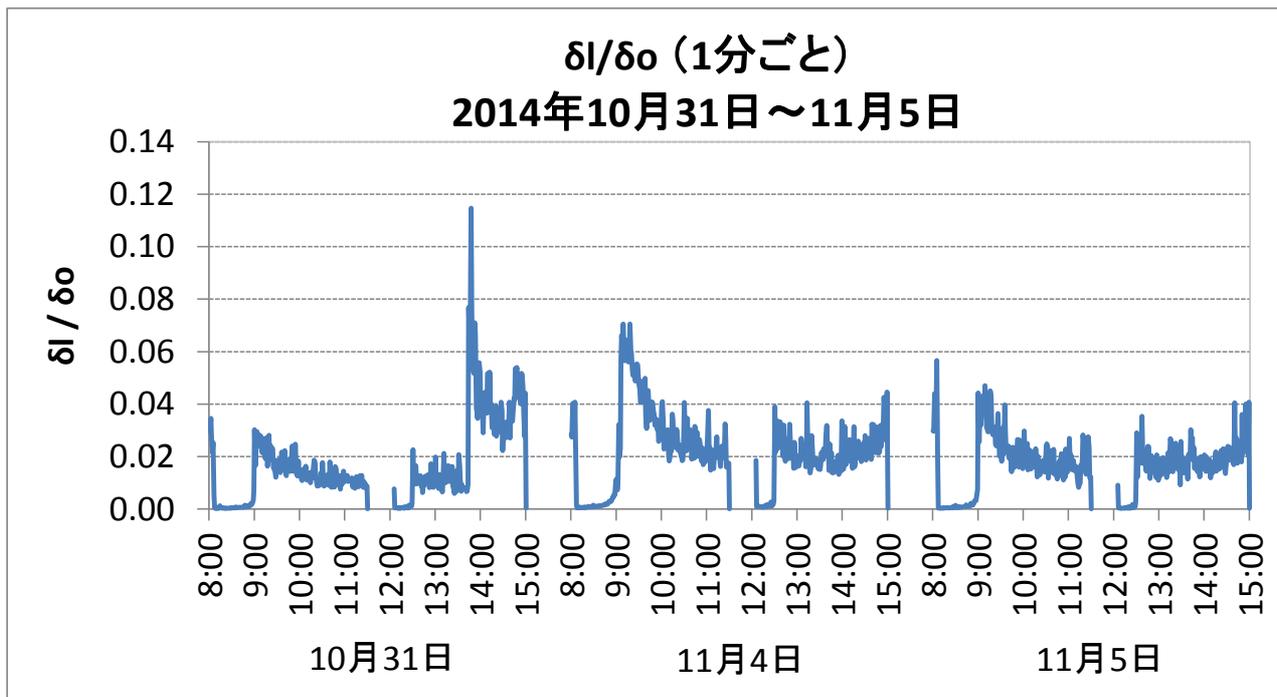


図 11 2014 年 11 月 31 日から 2014 年 11 月 5 日までの、1 分ごとの $\delta l/\delta o$.

5 まとめと今後の課題

本研究では、水田他 (2013b); Mizuta et al. (2013b) の人工市場モデルにレイテンシーのみを加えたモデルを用い、レイテンシーのみが異なる場合を比較し、レイテンシーが価格形成や市場効率性に与える影響を分析した。

レイテンシー δl と注文間隔の平均 δo の比 $\delta l/\delta o$ が重要なパラメータとであることを議論した。 $\delta l/\delta o > 1$ では、レイテンシーが大きくなるにつれて、約定率が上昇し、ビット・アスク・スプレッドが広くなり、市場が非効率になっていくことが示された。このため、市場の効率性を保つにはレイテンシーが注文間隔よりも十分小さいこと、すなわち、 $\delta l \ll \delta o$ が必要であることが示唆された。さらに、レイテンシーと約定率の関係について議論した。レイテンシーが大きいと、価格のトレンドが止まった場合に予想リターンの修正が遅れ、特にファンダメンタル価格付近で不要な順張りの取引が増加し、約定率を向上させることが分かった。

また、東京証券取引所の取引データを用いて、シミュレーションの分析結果と比較して考察を行った。東京証券取引所の取引システムは、arrowhead 稼動前は慢性的に本研究が示唆したメカニズムによる市場非効率化が起きていた可能性がある。一方 arrowhead 稼動後は、少なくともこのようなメカニズムでの市場非効率化が、数分といった時間スケールにおいても、慢性的には起きていないことが示唆された。

今後の課題は、市場に大きな影響を与える情報がでた直後など非常に短い特定の時間に注文が集中する場合について、シミュレーションによる分析とデータの分析をする必要がある。また、エージェントの種類を増やして議論することも今後の課題である。今回は標準的な投資家をモデル化したエージェン

トのみもちいた。しかし、レイテンシーが特に重要となる投資家は、マーケット・メーカー戦略を行う投資家や、市場間でアービトラージを行う投資家などである。これらの投資家をモデル化したエージェントを投入した分析をする必要がある。これらの投資家はその他の投資家と比べ、高頻度に注文を出すことが知られており、高頻度取引 (High Frequency Trading, HFT) とよばれる場合がある。本研究では HFT の影響については直接は扱っておらず今後の課題である。

参考文献

- 新井亮一 2012. 「アローヘッド導入による株式市場の流動性と取引コストの変化—機関投資家の視点からの分析—」, 『証券アナリストジャーナル』, 50 (9), 17–24.
- Chen, S.-H., Chang, C.-L., Du, Y.-R. 2012. Agent-based economic models and econometrics. *Knowledge Engineering Review*, 27 (2), 187–219.
- Chiarella, C., Iori, G., Perelló, J. 2009. The impact of heterogeneous trading rules on the limit order book and order flows. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 33 (3), 525–537.
- Chiarella, C., Iori, G. 2002. A simulation analysis of the microstructure of double auction markets. *Quantitative Finance*, 2 (5), 346–353.
- Cont, R. 2001. Empirical properties of asset returns: stylized facts and statistical issues. *Quantitative Finance*, 1, 223–236.
- Cristelli, M. 2014. *Complexity in Financial Markets, Modeling Psychological Behavior in Agent-Based Models and Order Book Models*. Springer.
- 出口弘・木嶋恭一 2009. 『エージェントベースの社会システム科学宣言—地球社会のリベラルアーツめざして』, 勁草書房.
- Friedman, D. 1993. The double auction market institution: A survey. *The Double Auction Market: Institutions, Theories, and Evidence*, 3–25.
- Gsell, M. 2009. Assessing the impact of algorithmic trading on markets: a simulation approach. Center for Financial Studies (CFS) Working Paper.
- 伊藤幹夫・杉山俊輔 2007. 「市場効率性の時変構造」, KEIO ECONOMIC SOCIETY DISCUSSION PAPER. (5), 慶応義塾大学.
- 和泉潔 2003. 『人工市場：市場分析の複雑系アプローチ』, 森北出版.
- 2012. 「第3章 金融市場—人工市場の観点から」, 杉原正顕 (編) 『計算と社会 (岩波講座 計算科学第6巻)』, 岩波書店.
- 加藤敏康・丸茂幸平 1999. 「市場取引発生タイミングに関する実証分析」, 『日本銀行金融研究所ディスカッション・ペーパー・シリーズ』.
- Kawakubo, S., Izumi, K., Yoshimura, S. 2014. How does high frequency risk hedge activity have an affect on underlying market?: Analysis by artificial market model. *Journal of Advanced Computational Intelligence and Intelligent Informatics*, 18 (4), 558–566.
- Kobayashi, S., Hashimoto, T. 2011. Benefits and limits of circuit breaker: Institutional design using artificial futures market. *Evolutionary and Institutional Economics Review*, 7 (2), 355–372.

- 草田裕紀・水田孝信・早川聡・和泉潔・吉村忍 2014. 「人工市場シミュレーションを用いたマーケットメーカーのスプレッドが市場出来高に与える影響の分析」, 『JPX ワーキング・ペーパー』 (5), 日本取引所グループ.
- LeBaron, B. 2006. Agent-based computational finance. *Handbook of computational economics*, 2, 1187–1233.
- 小川真由美 2012. 「ミリ秒の戦い…東証に勝算はあるのかライバルは速さ10倍」, 『フジサンケイビジネスアイ』, <http://www.sankeibiz.jp/business/news/120806/bse1208060500000-n1.htm>.
- 水田孝信 2012. 「金融市場における最新情報技術: 1. 金融の役割と情報化の進展-市場の高速化と課題-」, 『情報処理』, 53 (9), 892–897.
- 水田孝信・和泉潔・八木勲・吉村忍 2013a. 「人工市場を用いた値幅制限・空売り規制・アップティックルールの検証と最適な制度の設計」, 『電気学会論文誌論文誌 C』, 133 (9), 1694–1700.
- 水田孝信・早川聡・和泉潔・吉村忍 2013b. 「人工市場シミュレーションを用いた取引市場間におけるティックサイズと取引量の関係性分析」, 『JPX ワーキング・ペーパー』 (2), 日本取引所グループ.
- 水田孝信 2014. 「人工市場シミュレーションを用いた金融市場の規制・制度の分析」, 博士論文, 東京大学大学院工学系研究科. http://www.geocities.jp/mizuta_ta/jphd.htm.
- 水田孝信・小杉信太郎・楠本拓矢・松本渉・和泉潔 2015. 「人工市場シミュレーションを用いたダーク・プールによる市場効率化の分析」, 『第14回金融情報学研究会』, 14.
- Mizuta, T., Izumi, K., Yagi, I., Yoshimura, S. 2013a. Design of financial market regulations against large price fluctuations using by artificial market simulations. *Journal of Mathematical Finance*, 3 (2A), 15–22.
- Mizuta, T., Hayakawa, S., Izumi, K., Yoshimura, S. 2013b. Simulation study on effects of tick size difference in stock markets competition. In *International Workshop on Agent-based Approaches in Economic and Social Complex Systems 2013.*, 235–246.
- Mizuta, T., Kosugi, S., Kusumoto, T., Matsumoto, W., Izumi, K., Yoshimura, S. 2014. 「Do Dark Pools make Markets Stable and Reduce Market Impacts? ~Investigations using Multi Agent Simulations ~」, *Computational Intelligence for Financial Engineering Economics (CIFEr)*, 2014 IEEE Conference on. 71–76.
- 中山興・藤井崇史 2013. 「株式市場における高速・高頻度取引の影響」, 『日銀レビュー』, 2.
- 日本銀行 2014. 「量的・質的金融緩和」の拡大 (13時44分公表)」, 『日本銀行公式 twitter アカウント』, https://twitter.com/Bank_of_Japan_j/status/528044966686126080.
- Oesch, C. 2014. An agent-based model for market impact. In *Computational Intelligence for Financial Engineering Economics (CIFEr)*, 2014 IEEE Conference on., 17–24.
- 大井朋子 2013. 「エージェントシミュレーションを用いた「価格規制」と「ネイキッド・ショート・セリングの禁止」の有効性の検証」, 『金融庁金融研究センター FSA リサーチ・レビュー』, 7.
- Ohi, T., Hashimoto, Y., Chen, Y., Ohashi, H. 2011. Simulation of futures and spot markets by using an agent-based multi-market model. *JACIII*, 15 (2), 204–211.
- 太田亘・宇野淳・竹原均 2011. 『株式市場の流動性と投資家行動—マーケット・マイクロストラクチャー理論と実証』, 中央経済社.

- 実世界とエージェントシミュレーション協同研究委員会 2012. 「実世界とエージェントシミュレーション」, 『電気学会』. http://www.bookpark.ne.jp/cm/ieej/detail.asp?content_id=IEEJ-GH1262-PRT.
- ロイター 2014. 「東証 1 部の売買代金が急拡大、5 兆 4304 億円は歴代 2 位＝東証」, 『ロイター』. <http://jp.reuters.com/article/stocksNews/idJPL4N0SU2RR20141104>.
- 清水葉子 2013. 「HFT, PTS, ダークプールの諸外国における動向～欧米での証券市場間の競争や技術革新に関する考察～」, 『金融庁金融研究センターディスカッションペーパー』.
- Stöckl, T., Huber, J., Kirchler, M. 2010. Bubble measures in experimental asset markets. *Experimental Economics*, 13 (3), 284–298.
- Takayasu, M., Takayasu, H., Okazaki, M. P. 2002. Transaction interval analysis of high resolution foreign exchange data. In *Empirical Science of Financial Fluctuations*. Springer, 18–25.
- Turner, S., Farmer, J., Geanakoplos, J. 2012. Leverage causes fat tails and clustered volatility. *Quantitative Finance*, 12 (5), 695–707.
- 東京証券取引所 2010. 「arrowhead(東証株式売買システム) の (1)IT Japan Award2010 経済産業大臣賞(グランプリ) 受賞及び (2)arrowhead 稼動後 6 ヶ月の運転状況について」. <http://www.tse.or.jp/news/30/b7gje60000000rmw5-att/b7gje60000000rrr5.pdf>.
- 2013. 「呼値の単位の段階的な適正化に伴う業務規程等の一部改正について」, 『東京証券取引所』. <http://www.tse.or.jp/rules/regulations/b7gje60000000myd3-att/b7gje60000003usxk.pdf>.
- Tokyo Stock Exchange 2012. Guide to TSE Trading Methodology. http://www.tse.or.jp/about/books/b7gje600000004q31-att/trading_methodology.pdf.
- 宇野淳 2012. 「アローヘッド導入は株式市場をどのように変えたか: HFT 参入が取引の安定を脅かしている証拠はみつからない(特集高速化後の株式市場)」, 『金融財政事情』, 63 (24), 10–14.
- Verheyden, T., De Moor, L., Van den Bossche, F. 2013. A tale of market efficiency. *Review of Business and Economic Literature*, 58 (2), 140–158.
- Wah, E., Wellman, M. P. 2013. Latency arbitrage, market fragmentation, and efficiency: a two-market model. In *Proceedings of the fourteenth ACM conference on Electronic commerce.*, 855–872, ACM.
- Wang, C., Izumi, K., Mizuta, T., Yoshimura, S. 2013. Investigating the impact of trading frequencies of market makers: a multi-agent simulation approach. *SICE Journal of Control, Measurement, and System Integration*, 6 (3).
- Westerhoff, F. 2008. The use of agent-based financial market models to test the effectiveness of regulatory policies. *Jahrbucher Fur Nationalokonomie Und Statistik*, 228 (2), 195.
- 八木勲・水田孝信・和泉潔 2011. 「人工市場を利用した空売り規制が与える株式市場への影響分析」, 『人工知能学会論文誌』, 26 (1), 208–216.
- Yagi, I., Mizuta, T., Izumi, K. 2010. A study on the effectiveness of short-selling regulation using artificial markets. *Evolutionary and Institutional Economics Review*, 7 (1), 113–132.
- 山田隆志 2013. 「社会シミュレーション手法による金融市場制度研究」, 『計測と制御』, 52 (7), 635–640.

Yeh, C., Yang, C. 2010. Examining the effectiveness of price limits in an artificial stock market. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 34 (10), 2089–2108.