

Κεφάλαια 24-39

Στα κεφάλαια αυτά **θα μάθουμε:**

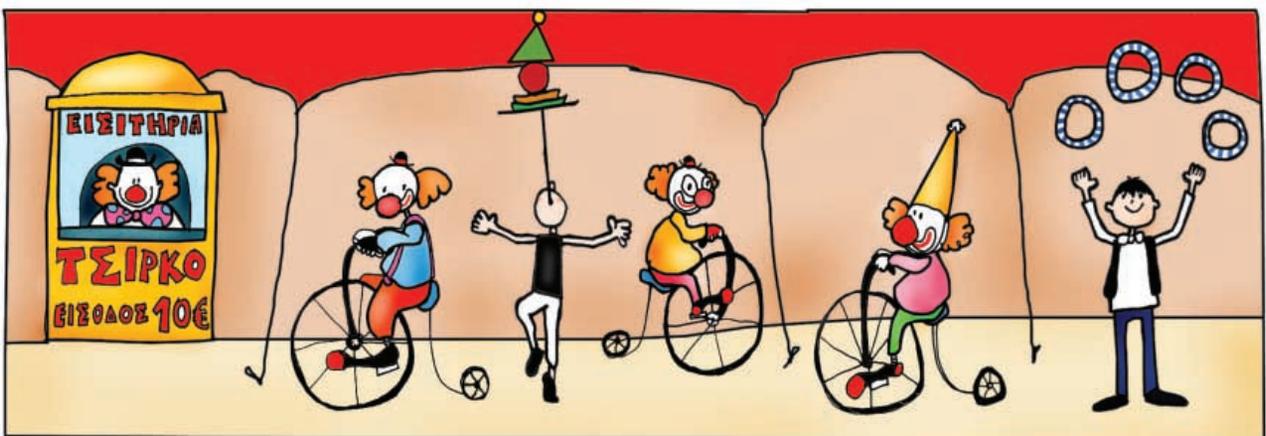
- Να υπολογίζουμε με πολλούς τρόπους την προπαίδεια και να τη χρησιμοποιούμε για να λύσουμε προβλήματα.
- Να λύνουμε προβλήματα δίκαιης μοιρασιάς με πολλούς διαφορετικούς τρόπους.
- Να καλύπτουμε επιφάνειες με διαφορετικούς τρόπους.
- Να χρησιμοποιούμε την κάθετη πρόσθεση με κρατούμενο και την κάθετη αφαίρεση με δανεικό για να ελέγχουμε τους υπολογισμούς μας με το νου όταν λύνουμε προβλήματα.
- Να χρησιμοποιούμε τα χαρτονομίσματα του ευρώ.
- Να ζυγίζουμε και να υπολογίζουμε το βάρος σε κιλά και σε γραμμάρια.
- Να χρησιμοποιούμε τους μήνες, τις εβδομάδες και τις εποχές για να μετράμε το χρόνο.

Θα φτιάξουμε:

- Πίνακες της προπαίδειας.
- Κατασκευές και ημερολόγιο.

Θα παίξουμε σπαζοκεφαλιές και παιχνίδια.

Επίσης **θα παίξουμε με τον ηλεκτρονικό υπολογιστή** και θα μάθουμε με άλλο τρόπο όσα κάναμε στην τάξη.

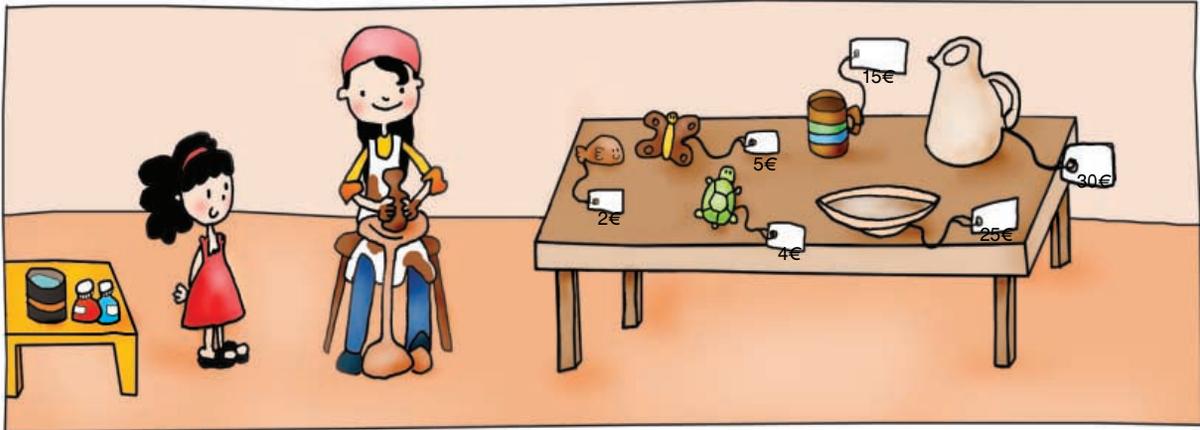


Το εργαστήρι κεραμικής

Δραστηριότητα - Ανακάλυψη

🌀 Πώς υπολογίζουμε γρήγορα τα γινόμενα του 10;

Η μητέρα της Ζωής κατασκευάζει διάφορα αντικείμενα από πηλό. Ύστερα τα ζωγραφίζει. Στη Ζωή αρέσουν πολύ τα μικρά πήλινα ζωάκια που φτιάχνει η μητέρα της.



Συζητάμε στην τάξη ποιο από όλα τα πήλινα αντικείμενα είναι το πιο ακριβό, ή το πιο φτηνό.

- Η μητέρα της Ζωής πούλησε σήμερα 4 🐢, 8 🦋, 11 🐟.
Πόσα χρήματα πήρε;

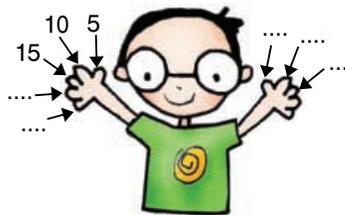


Υπολογίζω εύκολα τα χρήματα από τις 4 χελωνίτσες με το διπλάσιο.

Πληρώθηκε	4 €	8 € €

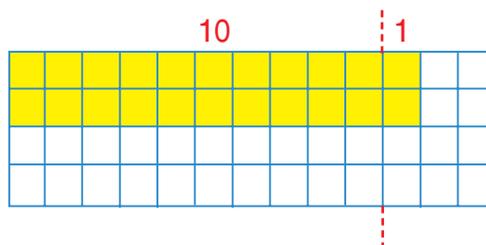
$$4 \times 4 \text{ €} = \dots \text{ €}$$

Υπολογίζω με τα δάχτυλα τα χρήματα από τις 8 πεταλούδες, μετρώντας 8 φορές το 5.



$$8 \times 5 \text{ €} = \dots \text{ €}$$

Εγώ, για να βρω $11 \times 2 \text{ €}$, ζωγραφίζω 11 φορές το 2.

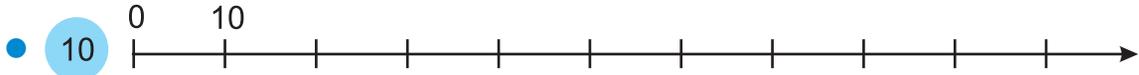


- Πόσα συνολικά κουτάκια ζωγράφισε η Άννα;
 $(10+1) \times 2 = 20 + 2 =$
 $= \dots$



Εργασίες

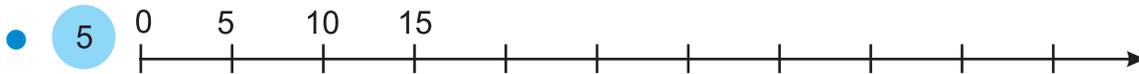
1. Βρίσκω με την αριθμογραμμή, τα δάχτυλα και με τον πίνακα την προπαίδεια του 10 και την προπαίδεια του 5:



20	φορές	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10	το 10	0	10	20

Θυμάμαι: Ο πρώτος αριθμός θυμίζει τα δάχτυλα (φορές).

10	φορές	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
5	το 5	0	5	10

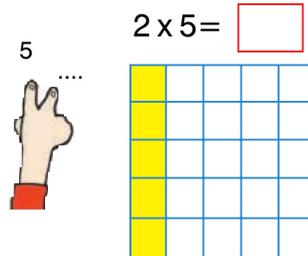
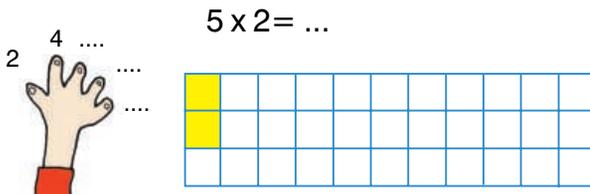


Αν θέλω να βρω πόσο κάνει **5 φορές** ένας αριθμός (προπαίδεια του 5), μπορώ να βρω πόσο κάνει **10 φορές** αυτός ο αριθμός και μετά να υπολογίσω **το μισό του**.

Όταν θέλω να υπολογίσω την **προπαίδεια του 10**, μπορώ να πάρω την **προπαίδεια του 5** και να **διπλασιάσω!**



2. Βρίσκω με τα δάχτυλα και τη ζωγραφική 5 φορές το 2 και 2 φορές το 5.



Συμπέρασμα

• Στον **πολλαπλασιασμό το αποτέλεσμα είναι το ίδιο αν αλλάξουν θέση οι αριθμοί που πολλαπλασιάσαμε.**

Παραδείγματα:

• $2 \times 10 = 20$

• $10 \times 2 = 20$



Το τσίρκο

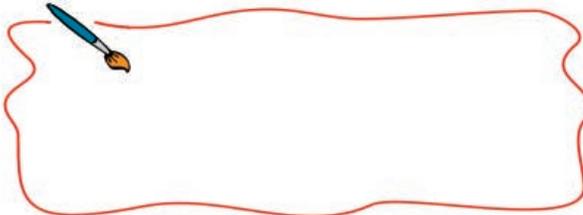
Δραστηριότητα - Ανακάλυψη

🕒 Πώς μπορούμε να βρούμε την προπαίδεια του 4;



Τα παιδιά πήγαν στο τσίρκο. Στην Άννα άρεσαν πολύ οι καλλιτέχνες του τσίρκου.

- Πόσοι καλλιτέχνες υπάρχουν στην εικόνα;
- Ποιος παίζει με τα περισσότερα αντικείμενα;
- Τα παιδιά που πήγαν στο τσίρκο ήταν 8. Πόσα χρήματα πλήρωσαν;



Υπολογίζω με αριθμούς:

$$8 \times \dots = \dots \text{ €}$$

Ελέγχω τον υπολογισμό μου με τα δάχτυλα.

- Αν όλοι οι καλλιτέχνες έπαιζαν με κρίκους, όπως ο τελευταίος καλλιτέχνης, πόσους κρίκους θα χρησιμοποιούσαν συνολικά; Συμπληρώνω τις στρατηγικές των παιδιών:



Υπολογίζω με τα δάχτυλα μετρώντας 5 φορές τους 4 κρίκους!

Συνολικά θα χρησιμοποιούσαν κρίκους.

Θα ζωγραφίσω 5 φορές το 4!



1 φορά 2 φορές 3 φορές 4 φορές 5 φορές

Συνολικά: 4 8



Εργασίες

1. Συμπληρώνω τον πίνακα της προπαίδειας του 2 και του 4. Ελέγχω με τα δάχτυλα.

φορές	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
το 2	0	2	4									

φορές	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
το 4	0	4	8									

• Τι παρατηρούμε για τα γινόμενα κάθε ζευγαριού;

$2 \times 2 = \square$	$3 \times 2 = \square$	$4 \times 2 = \square$	$5 \times 2 = \square$	$6 \times 2 = \square$
$2 \times 4 = \square$	$3 \times 4 = \square$	$4 \times 4 = \square$	$5 \times 4 = \square$	$6 \times 4 = \square$

Υπογραμμίζω τα γινόμενα που με δυσκόλεψαν.

2. Αν 20 παιδιά φάγανε από 2 μπισκότα το καθένα, πόσα μπισκότα έφαγαν συνολικά;

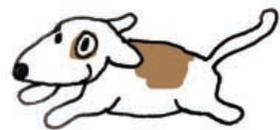
.....

Αν 40 παιδιά έφαγαν από 2 μπισκότα το καθένα, πόσα μπισκότα έφαγαν συνολικά;

.....

3. Αντιστοιχίζω όσα είναι ίσα.

$4 \times 5 = \dots$	•	$2 \times (2 \times 5) = \dots$	•
$3 \times 4 = \dots$	•	$8 + 8 = \dots$	•
$8 \times 2 = \dots$	•	$4 \times 3 = \dots$	•
$4 \times 6 = \dots$	•	$2 \times (2 \times 6) = \dots$	•



Συμπέρασμα

Για να υπολογίσουμε την προπαίδεια του 2 και του 4, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε το **μισό ή το διπλάσιο** στους υπολογισμούς μας.

Παραδείγματα: 3 φορές το 2 είναι: $2 + 2 + 2$ δηλαδή 6

3 φορές το 4 είναι: $4 + 4 + 4$ δηλαδή 12 (διπλάσιο του 6).



Ο φούρνος του κυρ Σταμάτη

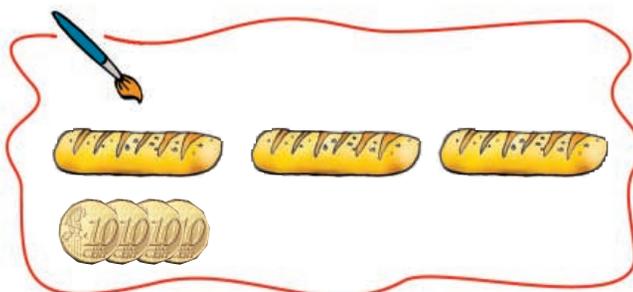
Δραστηριότητα - Ανακάλυψη

🕒 Πώς μπορούμε να βρούμε την προπαίδεια του 8;

Ο φούρνος του κυρ Σταμάτη είναι διάσημος. Είναι παραδοσιακός φούρνος με ξύλα. Στο ψωμί δε βάζουν συντηρητικά. Όλος ο κόσμος αγοράζει ψωμί. Τα ψωμιά τελειώνουν συχνά πριν από το μεσημέρι.



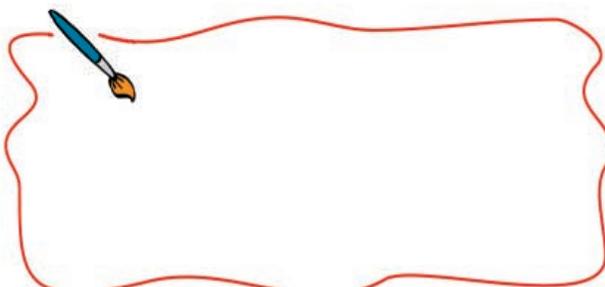
- Αν ένα ψωμί κοστίζει $\text{€}10$, πόσα $\text{€}10$ πρέπει να πληρώσει η γιαγιά ώστε να αγοράσει 3 ψωμιά;



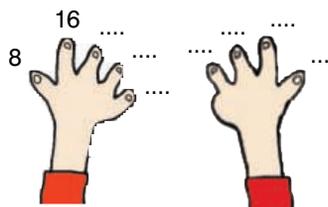
Ελέγχω με τα δάχτυλά μου.



- Ο κυρ Σταμάτης γέμισε ως τώρα 9 φορές το καλάθι με τα ψωμιά. Αν το καλάθι χωράει 8 ψωμιά, πόσες συνολικά φραντζόλες έφτιαξε μέχρι τώρα;



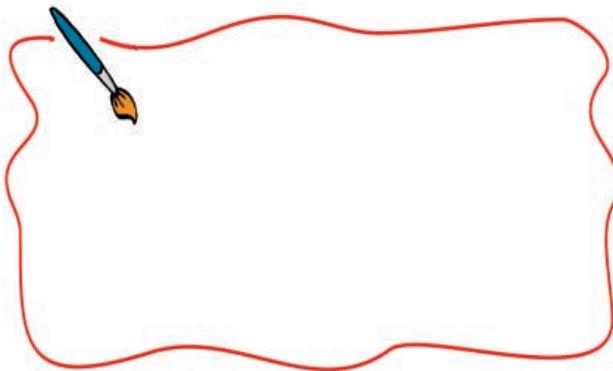
Ελέγχω με τα δάχτυλά μου.





Εργασίες

1. Ένα ταξί έχει 4 ρόδες. Ένα φορτηγό έχει 8 ρόδες. Πόσες ρόδες έχουν τα 5 ταξί; Και πόσες τα 5 φορτηγά;



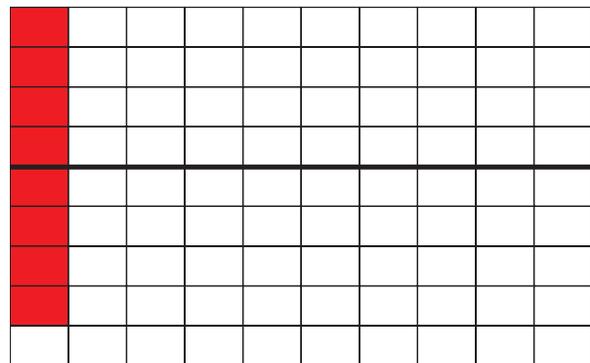
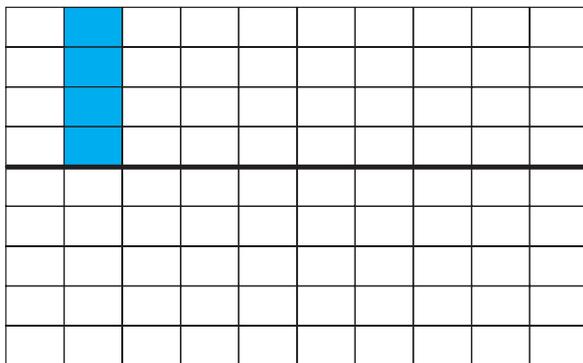
Υπολογίζω με αριθμούς:

- Τα 10 ταξί έχουν: ρόδες.
- Τα 10 φορτηγά έχουν: ρόδες.

2. Σχεδιάζουμε στο πλέγμα τα γινόμενα.

$9 \times 4 =$

$9 \times 8 =$



Τι παρατηρούμε για το αποτέλεσμα;

Συμπέρασμα

Για να υπολογίσουμε την προπαίδια του 8, μπορούμε να υπολογίσουμε την προπαίδια του 4 και να διπλασιάσουμε το αποτέλεσμα.

Παραδείγματα: $3 \times 4 = 12$ $5 \times 4 = 20$
 $3 \times 8 = 24$ (διπλάσιο του 12) ή $5 \times 8 = 40$ (διπλάσιο του 20).



Το δωμάτιο του Κωνσταντίνου

Δραστηριότητα - Ανακάλυψη

🕒 Πώς μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τις προπαίδειες που μάθαμε για να φτιάξουμε την προπαίδεια του 7;

Ο Κωνσταντίνος τακτοποιεί κάθε Σάββατο το δωμάτιό του.



Παρατηρούμε την εικόνα: Ο Κωνσταντίνος έχει θήκες για τις μπίλιες του. Σε κάθε θήκη βάζει 2 κόκκινες και 5 μπλε. Χρωματίζω τις μπίλιες στις θήκες.

Υπολογίζω τις:

κόκκινες μπίλιες
μπλε μπίλιες
όλες οι μπίλιες

- Αν είχε ακόμη 4 θήκες με ίδιες μπίλιες, πόσες μπίλιες θα έβαζε σε όλες τις θήκες;

Υπολογίζω με τα δάχτυλά μου μετρώντας ανά 7.



Υπολογίζω με τις προπαίδειες του 2 και του 5 αφού $7 = 2 + 5$.

8 φορές το 7 ή
8 φορές το $(2 + 5)$

• $8 \times 2 = \dots\dots\dots$

• $8 \times 5 = \dots\dots\dots$

Άρα, $8 \times 7 = \dots\dots\dots$





- Υπάρχει άλλος τρόπος να υπολογίσουμε πόσες μπίλιες θα βάλει σε 8 θήκες;
- Παρατηρώ και συμπληρώνω τον πίνακα.

φορές	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
το 2:	0	2	4	6	...	10	...	14	...	18
το 5:	0	5	10	15	20	40	55	
το 7:	0	7	14	21	28	



Τι παρατηρούμε για την προπαίδεια του 7; Συζητάμε στην τάξη.

Εργασία

Βρίσκω στο πλέγμα τα γινόμενα:

$3 \times 7 = \dots$

$6 \times 7 = \dots$

$9 \times 7 = \dots$

- Χρωματίζω κάθε φορά το 7 με 5 μπλε + 2 κόκκινα κουτάκια, όπως στο παράδειγμα:

■			
■			
■			
■			
■			
■			
■			
■			
■			
■			

Συμπέρασμα

Πώς μπορώ να βρω την προπαίδεια του 7 από τις προπαίδειες του 5 και του 2: **Σπάω το 7 σε 5 + 2**, κάνω τις προπαίδειες του 5 και του 2, και μετά προσθέτω.

Παράδειγμα: $6 \times 7 = 6 \times (5+2)$ $\left. \begin{matrix} 6 \times 5 = 30 \\ 6 \times 2 = 12 \end{matrix} \right\} \boxed{42}$ δηλαδή $6 \times 7 = \boxed{42}$



Παιχνίδια και σπαζοκεφαλιές

Δραστηριότητα - Ανακάλυψη

🌀 Πώς μπορούμε να φτιάξουμε την προπαίδεια του 6;

Η Αλεξάνδρα κάλεσε το Σάββατο το απόγευμα τους φίλους της να παίξουν.



Για να φτιάξω \triangle υπολογίζω με την προπαίδεια του 3 και συμπληρώνω.



Για τα διπλά τρίγωνα χρειαζόμαστε διπλάσια ξυλάκια! Υπολογίζω με την προπαίδεια του 6 και συμπληρώνω.



	1 φορά	2 φορές	3 φορές	4 φορές	5 φορές	6 φορές	7 φορές	8 φορές	9 φορές	10 φορές	11 φορές	12 φορές
το 3	3 ή \triangle	6 ή $\triangle\triangle$	9
το 6	6 ή $\triangle\triangle$	12 ή $\triangle\triangle\triangle\triangle$

● Με 24 ξυλάκια πόσα τρίγωνα μπορώ να φτιάξω ακριβώς; Βάζω στο σωστό:

● 14 \triangle

● 12 $\triangle\triangle$

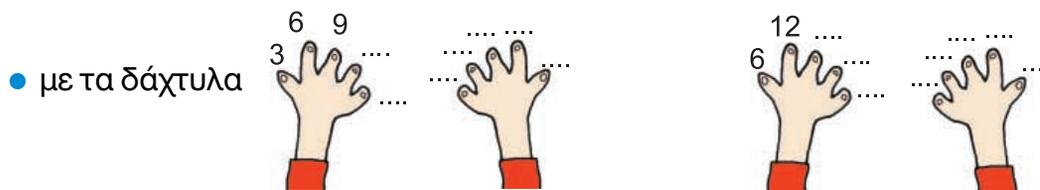
● 8 \triangle

● 4 $\triangle\triangle$



Εργασίες

1. Βρίσκω την προπαίδεια του 3 και του 6:

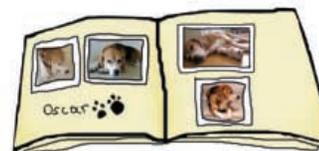


- συμπληρώνοντας την αριθμοσειρά. 0, 3, 6,,,,,,,,,
- συμπληρώνοντας τον πίνακα.

φορές το 3	0	1	2										
βρίσκω	0	3	6										

φορές το 6	0	1	2										
βρίσκω	0	6	12										

2. Ο Χασάν έχει άλμπουμ με έντομα. Παρατηρεί ότι όλα τα έντομα της συλλογής του έχουν 3 ζευγάρια πόδια. Κάθε έντομο δηλαδή έχει x = πόδια.



• Πόσα ζευγάρια πόδια έχουν:

→ οι 3 πεταλούδες;



Η μία πεταλούδα έχει:

..... ζευγάρια πόδια ή x = πόδια.

Οι 3 πεταλούδες: 3 x = πόδια.

→ τα 7 σκαθάρια;



Το ένα σκαθάρι έχει:

..... ζευγάρια πόδια ή x = πόδια.

Τα 7 σκαθάρια: 7 x = πόδια.

Συμπέρασμα

Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την προπαίδεια του 3 για να υπολογίσουμε την προπαίδεια του 6, αφού $3 + 3 = 6$, δηλαδή το 6 είναι διπλάσιο του 3.

Παράδειγμα: το γινόμενο 4×6 είναι διπλάσιο από το γινόμενο 4×3

αφού $4 \times 6 = 4 \times (3+3)$

$$\text{ή } (4 \times 3) + (4 \times 3) = 12 + 12 = 24$$

δηλαδή $4 \times 3 = 12$

$$4 \times 6 = 24$$



Γράφω ένα δυο πράγματα που στα κεφάλαια 24 έως 28:

- Μου άρεσαν
- Με δυσκόλεψαν
- Έμαθα καλά

Συμπληρώνω τις εργασίες.

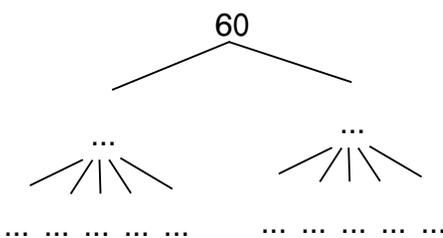


Συζητάμε στην τάξη ποιες μας δυσκόλεψαν και γιατί.

1. Υπολογίζω χρησιμοποιώντας τις προπαίδειες.

Βάζω ✓ στη σωστή απάντηση.

- Στο 60 μπορώ να φτάσω με την προπαίδεια:
 - του 2
 - του 5
- Επαληθεύω με όποιον τρόπο θέλω.
 - του 6
 - του 8
- Συμπληρώνω τους αριθμούς που λείπουν:



ή

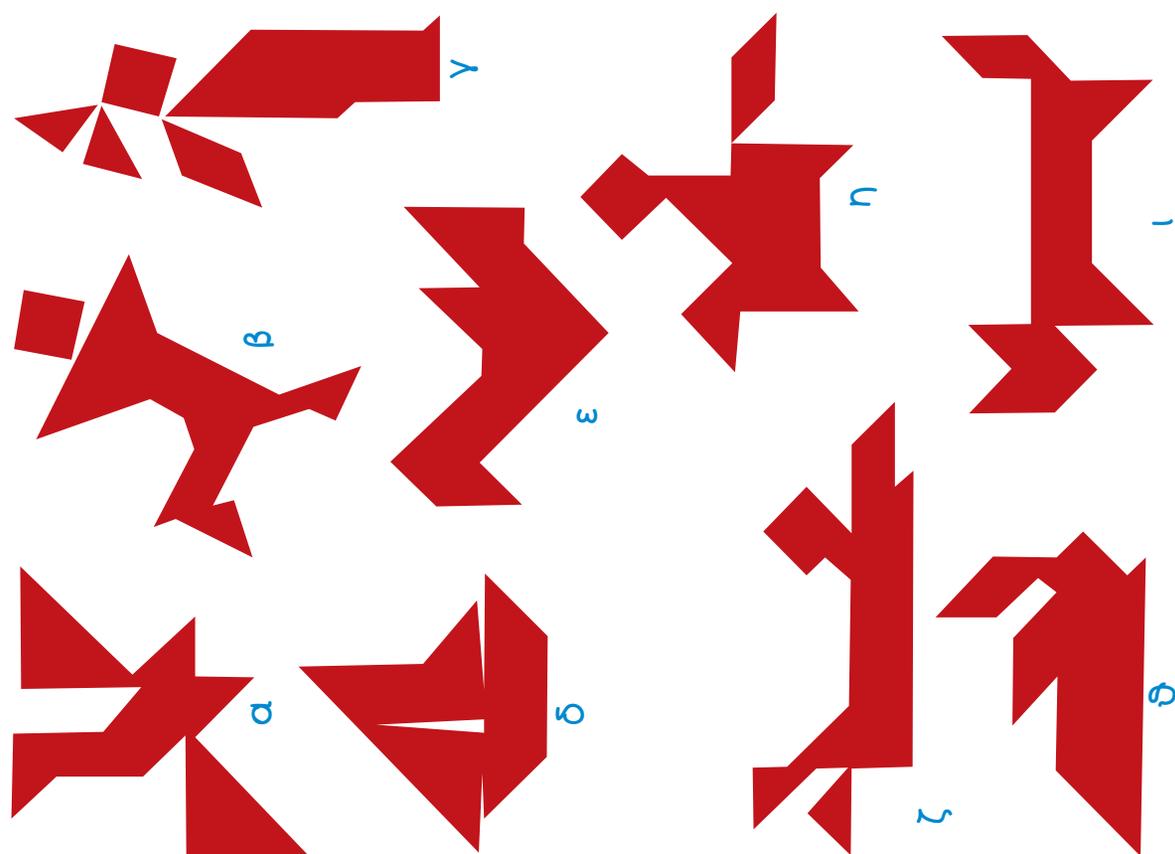
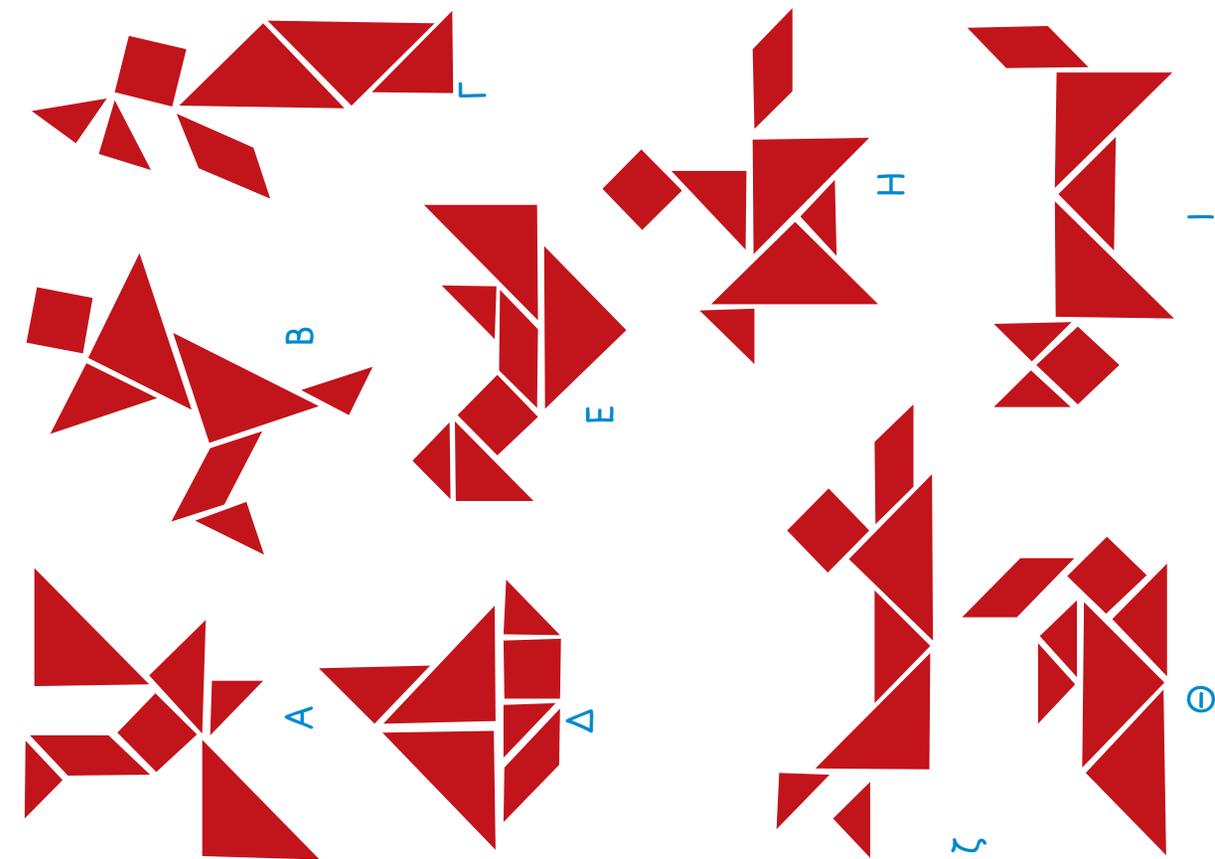
$$60 = 2 \times \square \text{ ή } 4 \times \square$$

$$60 = 10 \times \square \text{ ή } 5 \times \square$$

$$60 = 6 \times \square \text{ ή } 3 \times \square$$

$$60 = 10 \times \square \text{ ή } 20 \times \square$$

- Σε μια ομάδα μπάσκετ παίζουν 5 παίκτες; Πόσοι παίκτες παίζουν σε 7 ομάδες;



INDEX

Γνωστικές περιοχές

Κεφάλαια όπου αναπτύσσεται ο βασικός στόχος

Πρόβλημα:	
Τα βήματα προς τη λύση	5, 20, 53
Εκτίμηση	21, 45, 49, 53
Επαλήθευση	12, 37, 44, 45, 46, 49, 53
Στρατηγικές επίλυσης προβλήματος (ζωγραφική, πίνακας, δεντροδιάγραμμα, εποπτικό υλικό)	3, 22, 30, 37, 45, 46, 49, 50, 53
Έλεγχος, διόρθωση, συμπλήρωση, κατασκευή προβλήματος	20, 21, 23, 49, 53
Αριθμοί – Αριθμοί και πράξεις	
Αθροιστική ανάλυση	10, 17, 18, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 34, 35, 36, 41, 43, 44, 45, 46, 49, 50, 54
Αξία θέσης ψηφίου	2, 6, 9, 7, 34, 35, 36, 41, 43, 54
Ανάγνωση, γραφή	2, 6, 7, 41, 54
Δεκαδικό σύστημα αρίθμησης	2, 6, 7, 34, 35, 36, 41, 43, 54
Διάταξη	2, 6, 41, 54
Κατασκευή σε άβακα	2, 6, 7, 34, 35, 36, 41, 43, 54
Παρεμβολή, σύγκριση	6
Φωνολογική ανάλυση	2, 6, 7, 34, 35, 36, 41, 43, 54
Μισό / διπλάσιο	7, 9
Τεχνικές κάθετης πρόσθεσης με κρατούμενο	34
Τεχνική κάθετης αφαίρεσης με δανεικό	35, 36
Μετρήσεις	
Μονάδες μέτρησης βάρους: γραμμάριο, κιλό	38, 39, 46
Μονάδες μέτρησης επιφάνειας	31
Μονάδες μέτρησης μήκους:	4, 15
Εκατοστόμετρο, μέτρο	42
Μονάδες μέτρησης χρόνου:	
Έτος, μήνες, εβδομάδες, ημέρα,	32, 33
Ώρα (ακριβώς και μισή)	47, 48
Νομίσματα του ευρώ:	
Κέρματα	11
Χαρτονομίσματα	40
Μοτίβο	
Αριθμητικό μοτίβο	19, 22
Γεωμετρικό μοτίβο	16
Γεωμετρία	
Συμμετρία	8
Γεωμετρικά στερεά	13
Γεωμετρικά σχήματα	3, 7, 13, 14, 15

Με απόφαση της Ελληνικής Κυβέρνησης τα διδακτικά βιβλία του Δημοτικού, του Γυμνασίου και του Λυκείου τυπώνονται από τον Οργανισμό Εκδόσεως Διδακτικών Βιβλίων και διανέμονται δωρεάν στα Δημόσια Σχολεία. Τα βιβλία μπορεί να διατίθενται προς πώληση όταν φέρουν βιβλιόσημο προς απόδειξη της γνησιότητάς τους. Κάθε αντίτυπο που διατίθεται προς πώληση και δε φέρει βιβλιόσημο θεωρείται κλεψίτυπο και ο παραβάτης διώκεται σύμφωνα με τις διατάξεις του άρθρου 7, του Νόμου 1129 της 15/21 Μαρτίου 1946 (ΦΕΚ 1946, 108, Α΄).

ΒΙΒΛΙΟΣΗΜΟ

Απαγορεύεται η αναπαραγωγή οποιουδήποτε τμήματος αυτού του βιβλίου, που καλύπτεται από δικαιώματα (copyright), ή η χρήση του σε οποιαδήποτε μορφή, χωρίς τη γραπτή άδεια του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου.